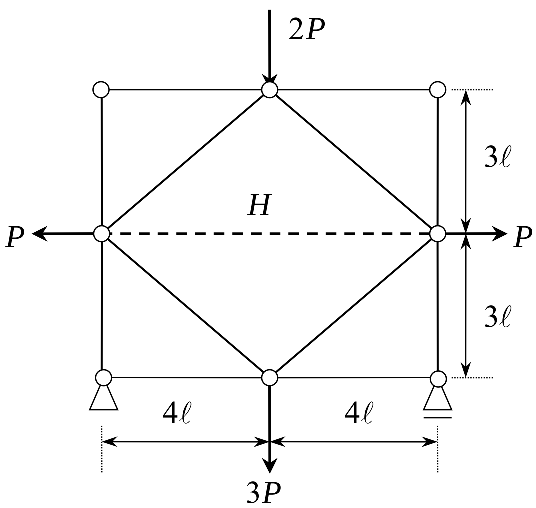
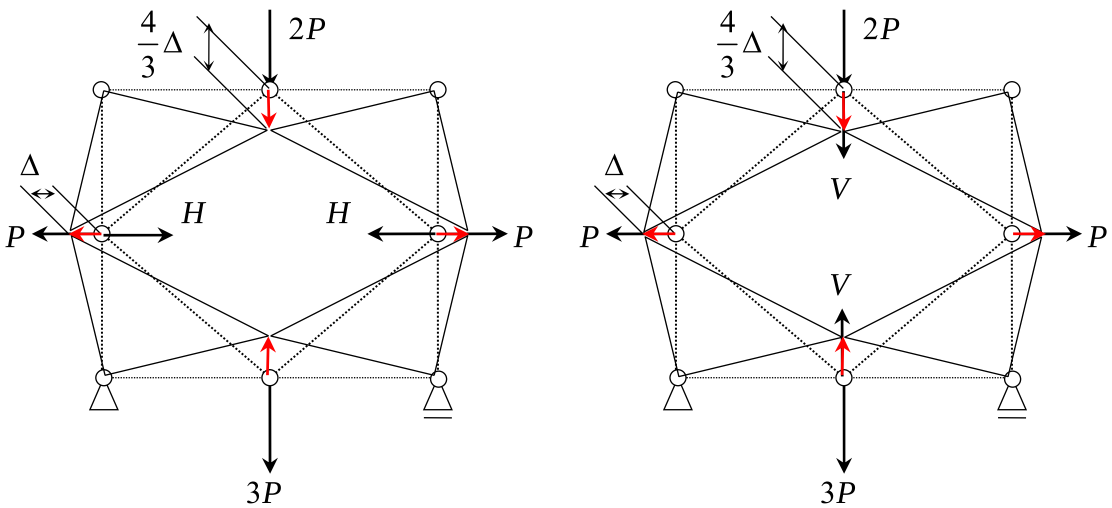
構造力学演習Ⅱ（2017-Report №.８）　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　2017/11/14 出題

【問題 UD-T-6】下図に示す２つの静定トラスについて、破線で表される部材の部材力 H，V を〝**仮想変位の原理**〟を用いて求めよ。



【解答】



上図に示すように、支持条件や幾何学的条件を満足する水平方向の仮想変位を Δ とすると、鉛直方向の仮想変位は $\dfrac{4}{3}\Delta$ となること、及び、力の方向と逆方向の仮想変位は〝負〟となることに注意して、〝仮想変位の原理〟を適用すると、次のようになる。

部材力 H について

$$P\cdot\Delta+P\cdot\Delta+H\cdot(-\Delta)+H\cdot(-\Delta)+2P\cdot\frac{4}{3}\Delta+3P\cdot\left(-\frac{4}{3}\Delta\right)=0$$

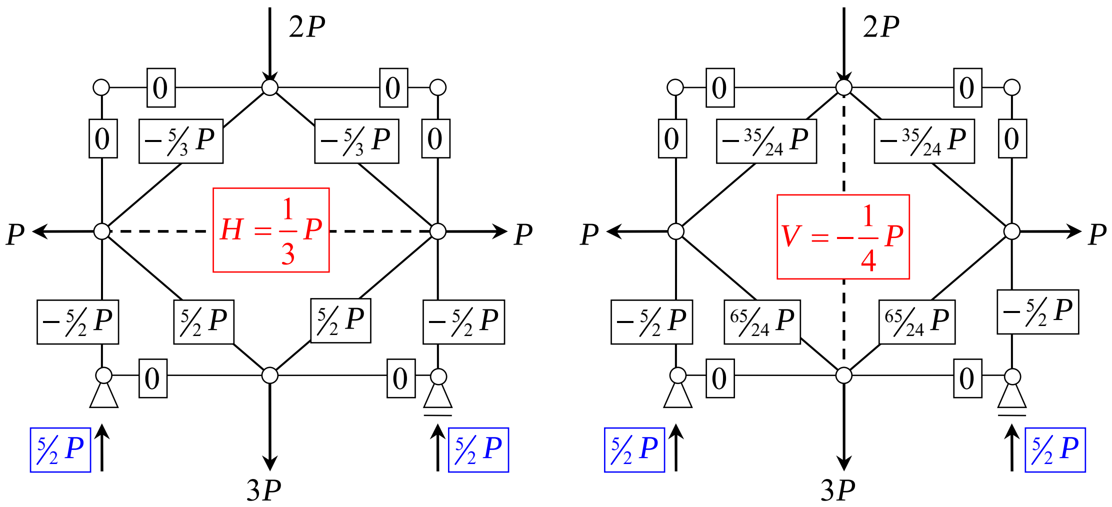
$$\therefore P+P-H-H+\frac{8}{3}P-4P=0 \qquad \therefore -2H=-\frac{2}{3}P \qquad \therefore \boxed{H=\frac{1}{3}P}$$

部材力 V について

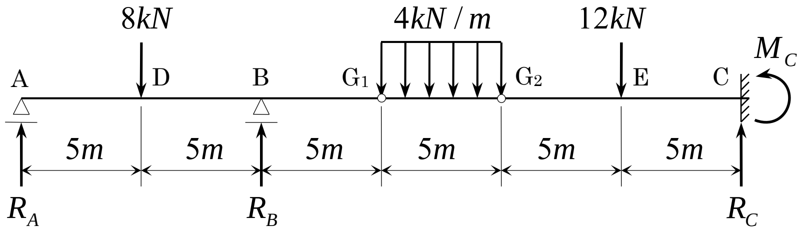
$$P\cdot\Delta+P\cdot\Delta+2P\cdot\frac{4}{3}\Delta+3P\cdot\left(-\frac{4}{3}\Delta\right)+V\cdot\frac{4}{3}\Delta+V\cdot\frac{4}{3}\Delta=0$$

$$\therefore P+P+\frac{8}{3}P-4P+\frac{4}{3}V+\frac{4}{3}V=0 \qquad \therefore \frac{8}{3}V=-\frac{2}{3}P \qquad \therefore \boxed{V=-\frac{1}{4}P}$$

ちなみに、〝節点法〟によりすべての部材力を求めると、下図のようになる。

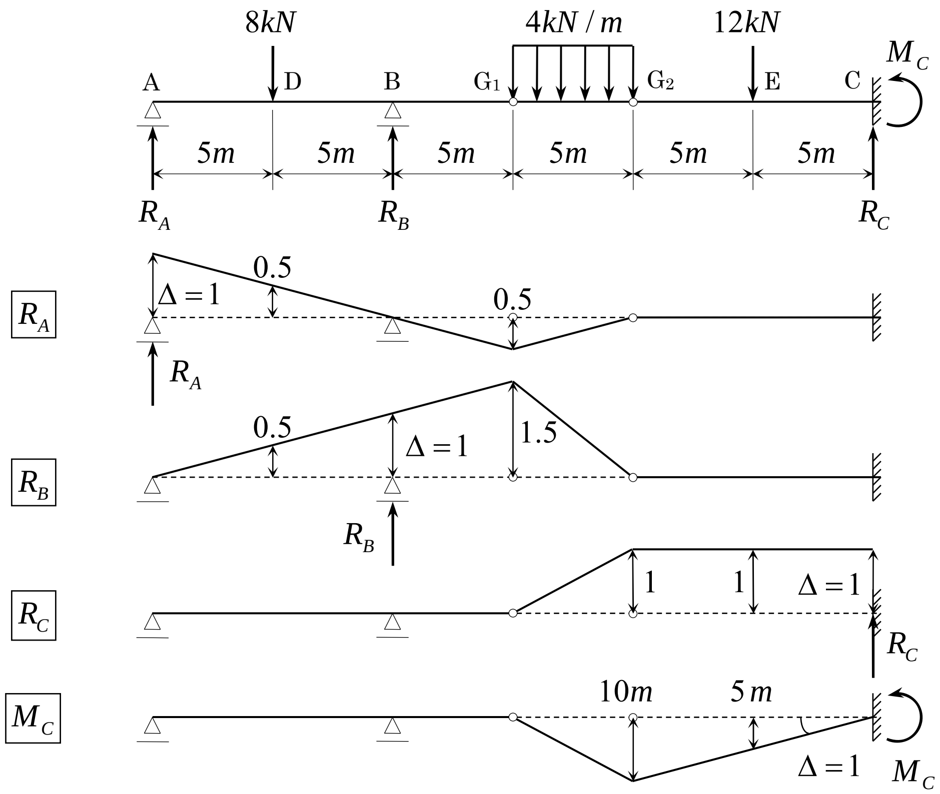


【問題 UD-G-6】下図に示すゲルバーばりの支点反力 R_A， R_B， R_C と C 点の支点曲げモーメント M_C を **〝仮想変位の原理〟** を用いて求めよ。



【解答】

支点反力 R_A， R_B， R_C と C 点の支点曲げモーメント M_C のそれぞれについて、題意のゲルバーばりの支持条件や幾何学的条件を満足する〝単位〟の仮想変位 $\Delta = 1$ を図示すると下図のようになる。



荷重の方向と逆方向の仮想変位は〝負〟であることに注意して、〝仮想変位の原理〟を適用すると次のようになる。

支点反力 R_A について　　$R_A \cdot 1 + 8kN \cdot \left(-0.5\right) + 4kN/m \cdot \dfrac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot 5m = 0$

$\therefore R_A = 4 - 5 = -1kN$　　$\therefore \boxed{R_A = -1kN}$

支点反力 R_B について　　$R_B \cdot 1 + 8kN \cdot \left(-0.5\right) + 4kN/m \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \left(-1.5\right) \cdot 5m = 0$

$\therefore R_B = 4 + 15 = 19kN$　　$\therefore \boxed{R_B = 19kN}$

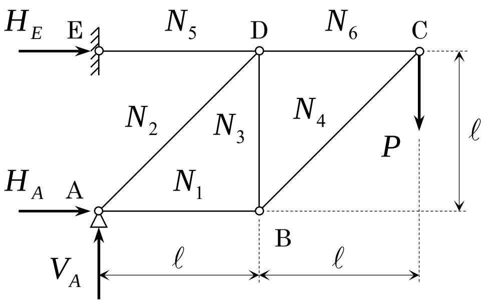
支点反力 R_C について　　$R_C \cdot 1 + 12kN \cdot \left(-1\right) + 4kN/m \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \left(-1\right) \cdot 5m = 0$

$\therefore R_C = 12 + 10 = 22kN$　　$\therefore \boxed{R_C = 22kN}$

C 点の支点曲げモーメント M_C について　　$M_C \cdot 1 + 12kN \cdot 5m + 4kN/m \cdot \dfrac{1}{2} \cdot 10m \cdot 5m = 0$

$\therefore M_C = -60 - 100 = -160kN \cdot m$　　$\therefore \boxed{M_C = -160kN \cdot m}$

【問題 UL-T-4】下図に示す静定トラスの C 点の鉛直変位 v_C を〝**単位荷重法**〟を用いて求めよ。



引張剛性 $EA=const.$

【解答】

まず、支点反力 V_A，H_A，H_E を求める。

鉛直方向の力の釣合から、 $V_A = P$

水平方向の力の釣合から、 $H_A + H_E = 0$

A 点回りのモーメントの釣合から、$H_E \cdot \ell + P \cdot 2\ell = 0$ $\quad \therefore H_E = -2P$ 　よって、$H_A = 2P$

次に、〝節点法〟によりトラスの部材力 N_1～N_6 を求める。

C 点について、

鉛直方向の力の釣合から、$N_4 \sin 45° + P = 0$ $\quad \therefore N_4 = -\dfrac{P}{\sin 45°} = -\sqrt{2}P$

水平方向の力の釣合から、$N_6 + N_4 \cos 45° = 0$ $\quad \therefore N_6 = -N_4 \cos 45° = P$

B 点について、

鉛直方向の力の釣合から、$N_4 \sin 45° + N_3 = 0$ $\quad \therefore N_3 = -N_4 \sin 45° = P$

水平方向の力の釣合から、$N_1 = N_4 \cos 45°$ $\quad \therefore N_1 = -P$

D 点について、

鉛直方向の力の釣合から、$N_2 \sin 45° + N_3 = 0$ $\quad \therefore N_2 = -\dfrac{N_3}{\sin 45°} = -\sqrt{2}P$

水平方向の力の釣合から、$N_5 + N_2 \cos 45° = N_6$ $\quad \therefore N_5 = N_6 - N_2 \cos 45° = P + P = 2P$

E 点について、(check)

水平方向の力の釣合から、$H_E + N_5 = -2P + 2P = 0$

A 点について、(check)

鉛直方向の力の釣合から、$V_A + N_2 \sin 45° = P - P = 0$

水平方向の力の釣合から、$H_A + N_1 + N_2 \cos 45° = 2P - P - P = 0$

したがって、静定トラスの C 点の鉛直変位 v_C を〝単位荷重法〟を用いて求めると、次のようになる。

$$
\begin{aligned}
1 \times v_C &= \sum_{j=1}^{6} \overline{N}_j \frac{N_j}{EA} \ell_j \\
&= (-1) \cdot \frac{-P}{EA} \cdot \ell + \left(-\sqrt{2}\right) \cdot \frac{-\sqrt{2}P}{EA} \cdot \sqrt{2}\ell + (1) \cdot \frac{P}{EA} \cdot \ell + \left(-\sqrt{2}\right) \cdot \frac{-\sqrt{2}P}{EA} \cdot \sqrt{2}\ell + (2) \cdot \frac{2P}{EA} \cdot \ell + (1) \cdot \frac{P}{EA} \cdot \ell \\
&= \frac{P\ell}{EA} \cdot \left(1 + 2\sqrt{2} + 1 + 2\sqrt{2} + 4 + 1\right) = \left(7 + 4\sqrt{2}\right) \frac{P\ell}{EA}
\end{aligned}
$$

$$
\therefore \boxed{v_C = \left(7 + 4\sqrt{2}\right) \frac{P\ell}{EA}}
$$