

【3】下図-Aに示す静定トラスについて、次の設問に答えよ。

- (1) 支点反力 H_A , V_A , H_B を求めよ。
- (2) すべての部材力 U_1 , U_2 , D_1 , D_2 , V_1 , V_2 , L を求めよ。
- (3) 荷重 P を漸次増加するとき、最初に座屈を起こす荷重 P_{CR} とその部材を求めよ。

なお、各部材は、ヤング係数 E で、その断面は下図-Bに示すような中空長方形断面とする。

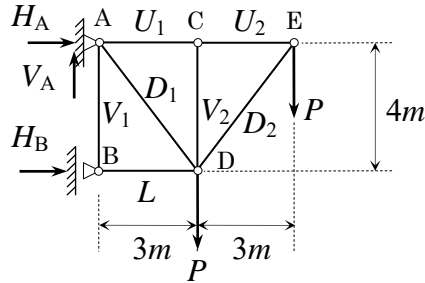


図-A

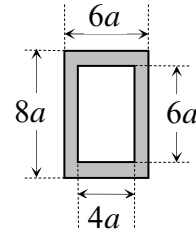


図-B

【解答】

- (1) 水平方向の力の釣合から、 $H_A + H_B = 0$

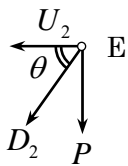
鉛直方向の力の釣合から、 $V_A = P + P = 2P$

A点回りのモーメントの釣り合いから、 $H_B \times 4m = P \times 6m + P \times 3m$

$$\therefore H_B = \frac{9}{4}P \text{ また、 } H_A = -\frac{9}{4}P \quad \text{以上をまとめると、} \quad \boxed{H_A = -\frac{9}{4}P}, \quad \boxed{V_A = 2P}, \quad \boxed{H_B = \frac{9}{4}P}$$

- (2) “節点法”を用いて、各部材力を求めると、次のようになる。

①E点について、 $\sin \theta = \frac{4}{5}$, $\cos \theta = \frac{3}{5}$ だから、



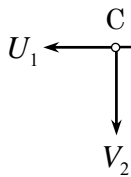
鉛直方向の力の釣合から、 $P + D_2 \sin \theta = 0$

$$\therefore D_2 = -\frac{P}{\sin \theta} = -\frac{5}{4}P$$

水平方向の力の釣合から、 $U_2 + D_2 \cos \theta = 0$

$$\therefore U_2 = -D_2 \cos \theta = \frac{5}{4}P \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{4}P$$

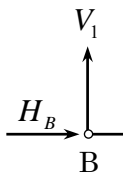
②C点について、



鉛直方向の力の釣合から、 $V_2 = 0$

水平方向の力の釣合から、 $U_1 = U_2 = \frac{3}{4}P$

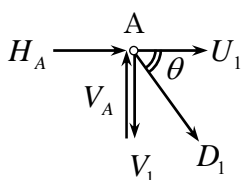
③B点について、



鉛直方向の力の釣合から、 $V_1 = 0$

水平方向の力の釣合から、 $H_B + L = 0 \quad \therefore L = -H_B = -\frac{9}{4}P$

④A点について、



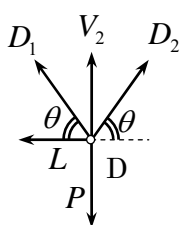
鉛直方向の力の釣合から、 $V_1 + D_1 \sin \theta = V_A$

$$\therefore D_1 = \frac{V_A - V_1}{\sin \theta} = \frac{5}{4} \cdot 2P = \frac{5}{2}P$$

水平方向の力の釣合から、 $U_1 + H_A + D_1 \cos \theta = 0$

$$U_1 + H_A + D_1 \cos \theta = \frac{3}{4}P - \frac{9}{4}P + \frac{5}{2}P \cdot \frac{3}{5} = -\frac{6}{4}P + \frac{3}{2}P = 0 \quad (\text{check O.K.})$$

⑤D点について、



鉛直方向の力の釣合から、 $D_1 \sin \theta + D_2 \sin \theta + V_2 = P$

$$D_1 \sin \theta + D_2 \sin \theta + V_2 = \frac{5}{2}P \cdot \frac{4}{5} - \frac{5}{4}P \cdot \frac{4}{5} = 2P - P = P \quad (\text{check O.K.})$$

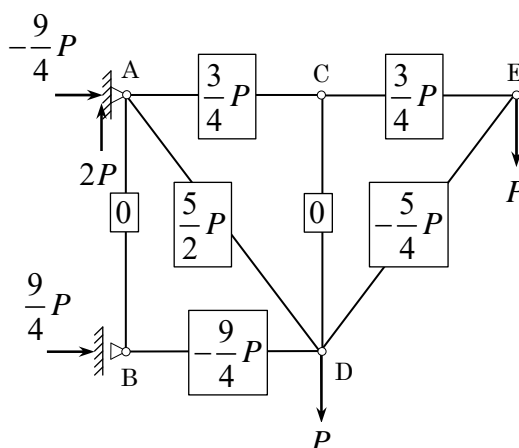
水平方向の力の釣合から、 $L + D_1 \cos \theta = D_2 \cos \theta$

$$L + D_1 \cos \theta = -\frac{9}{4}P + \frac{5}{2}P \cdot \frac{3}{5} = -\frac{9}{4}P + \frac{3}{2}P = \frac{-9+6}{4}P = -\frac{3}{4}P$$

$$D_2 \cos \theta = -\frac{5}{4}P \cdot \frac{3}{5} = -\frac{3}{4}P \quad (\text{check O.K.})$$

以上をまとめると、

$$\boxed{U_1 = U_2 = \frac{3}{4}P}, \quad \boxed{D_1 = \frac{5}{2}P}, \quad \boxed{D_2 = -\frac{5}{4}P}, \quad \boxed{V_1 = V_2 = 0}, \quad \boxed{L = -\frac{9}{4}P}$$



(3) 荷重 P を漸次増加するとき、最初に座屈を起こす荷重 P_{CR} とその部材を求める。

まず、圧縮力が作用する部材は、 $DE(D_2)$, $BD(L)$ の2部材であり、部材 $DE(D_2)$, 部材 $BD(L)$ の2種類の部材について、座屈を起こす荷重 P_{CR} を比較して小さい方が最初に座屈することになる。

ここで、両端回転支持の場合の最小座屈荷重は、 $\frac{\pi^2 EI}{\ell^2}$ で表される。

ここに、 ℓ : 部材長, I : 弱軸に関する断面2次モーメントである。

2種類の部材の座屈を起こす荷重 P_{CR} は、次のようになる。

①部材 $DE(D_2)$ の座屈を起こす荷重 P_{CR}^D について

$$\frac{5}{4}P_{CR}^D = \frac{\pi^2 EI}{5^2} \quad \therefore P_{CR}^D = \frac{4}{5} \cdot \frac{\pi^2 EI}{5^2} = \frac{4}{125}\pi^2 EI$$

②部材 $BD(L)$ の座屈を起こす荷重 P_{CR}^L について

$$\frac{9}{4}P_{CR}^L = \frac{\pi^2 EI}{3^2} \quad \therefore P_{CR}^L = \frac{4}{9} \cdot \frac{\pi^2 EI}{3^2} = \frac{4}{81}\pi^2 EI$$

ここで、座屈を起こす荷重 P_{CR} を比較すると、次のようになる。

$$P_{CR}^D = \frac{4}{125}\pi^2 EI = \frac{324}{125 \cdot 81}\pi^2 EI < P_{CR}^L = \frac{4}{81}\pi^2 EI = \frac{500}{125 \cdot 81}\pi^2 EI \quad \therefore P_{CR}^D < P_{CR}^L$$

したがって、**最初に座屈を起こす部材は、部材 $DE(D_2)$** である。

次に、断面2次モーメント I は、弱軸に関する断面2次モーメントであるから、

$$I = \frac{8a \cdot (6a)^3}{12} - \frac{6a \cdot (4a)^3}{12} = 144a^4 - 32a^4 = 112a^4$$

よって、最初に座屈を起こす荷重 P_{CR} は、次のようになる。

$$P_{CR} = P_{CR}^D = \frac{4}{125}\pi^2 EI = \frac{4}{125}\pi^2 E \cdot 112a^4 = \frac{448}{125}\pi^2 E a^4 \quad \therefore \boxed{P_{CR} = \frac{448}{125}\pi^2 E a^4}$$