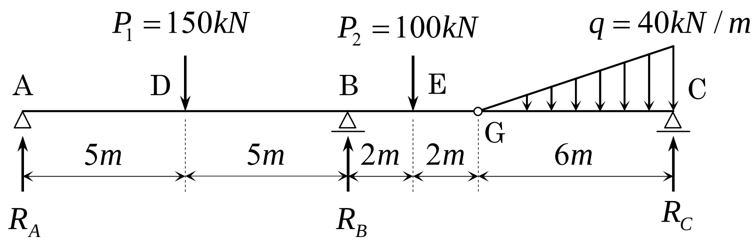
応用力学演習Ⅱ

問題集

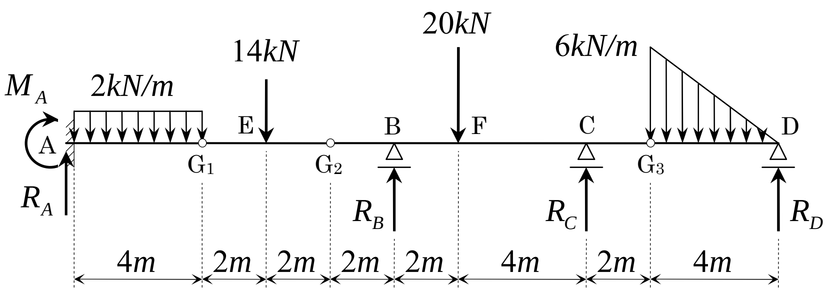
目　次

静定構造物の断面力の問題

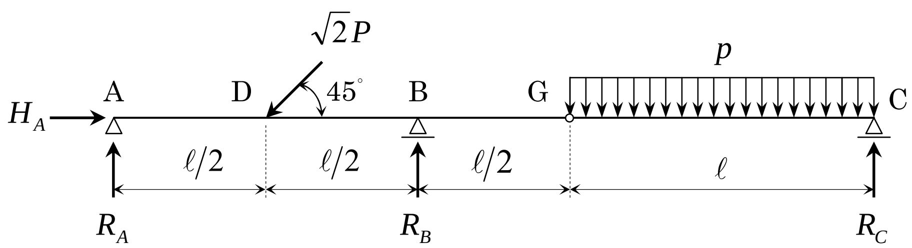
【問題 SF-G-1】下図に示す静定ゲルバーばりについて、以下の設問に答えよ。
(1) 図中の支点反力 R_A， R_B， R_C を求めよ。
(2) せん断力図（Q－図）、曲げモーメント図（M－図）を図示せよ。なお、主要点の数値を記入せよ。



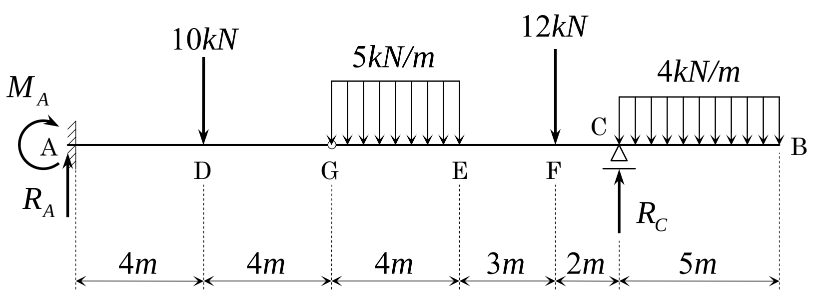
【問題 SF-G-2】下図に示す静定ゲルバーばりについて、以下の設問に答えよ。
(1) 支点反力 R_A， M_A， R_B， R_C， R_D を求めよ。
(2) 断面力図、即ち、せん断力図（Q－図），曲げモーメント図（M－図）を図示せよ。



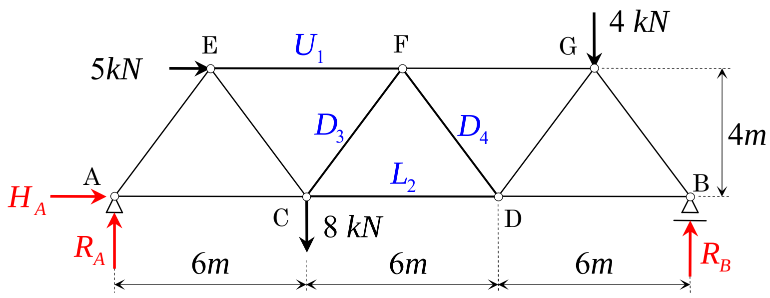
【問題 SF-G-3】下図に示す静定ゲルバーばりについて、以下の設問に答えよ。
(1) 図中の支点反力 H_A， R_A， R_B， R_C を求めよ。
(2) $R_A = 0$ となるための P と p の関係を示せ。
(3) 上記(2)を前提として曲げモーメント図、せん断力図を図示せよ。なお、主要点の数値を記入せよ。



【問題 SF-G-4】下図に示す静定ゲルバーばりについて、以下の設問に答えよ。
(1) 支点反力 R_A， M_A， R_C を求めよ。
(2) 断面力図、即ち、せん断力図（Q－図），曲げモーメント図（M－図）を図示せよ。



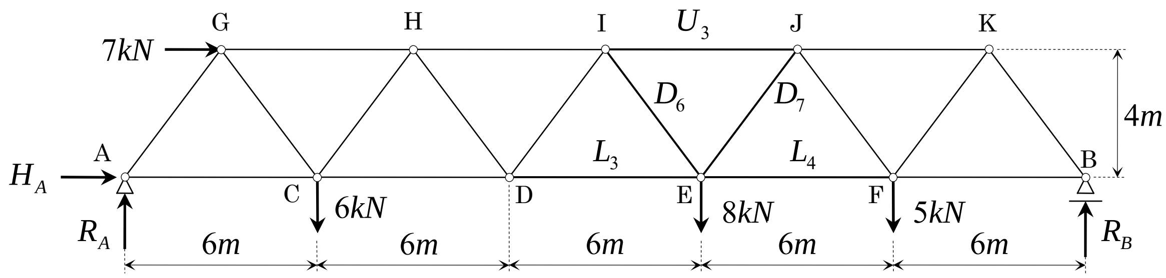
【問題 SF-T-1】下図に示す静定ワーレントラスの部材力 U_1， D_3， D_4， L_2 を求めよ。



【問題 SF-T-2】下図に示す静定ワーレントラスについて、以下の設問に答えよ。

(1) 支点反力 R_A， H_A， R_B を求めよ。

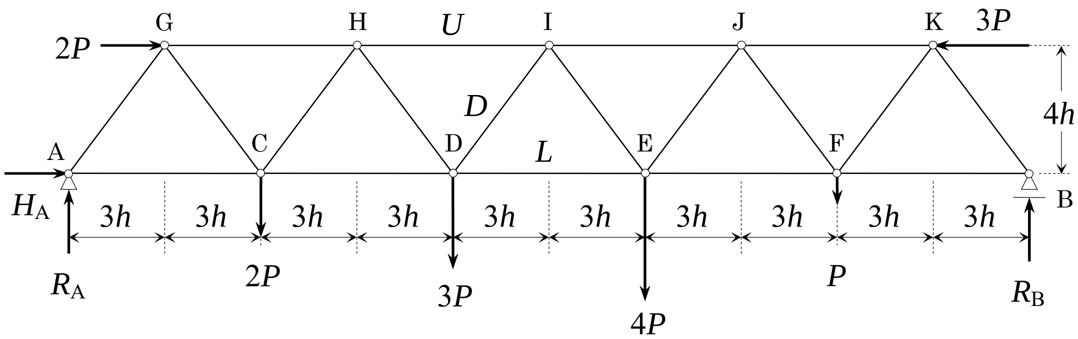
(2) 部材力 U_3， D_6， D_7， L_3， L_4 を求めよ。



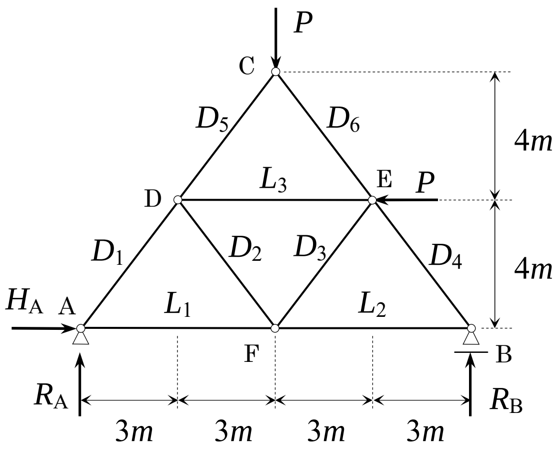
【問題 SF-T-3】下図に示す静定ワーレントラスについて、次の設問に答えよ。

(1) 支点反力 R_A， H_A， R_B を求めよ。

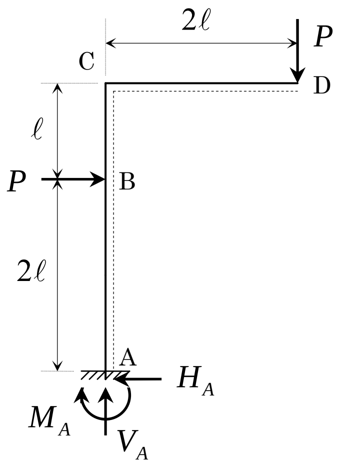
(2) 部材 HI，DI，DE の部材力 U，D，L を求めよ。



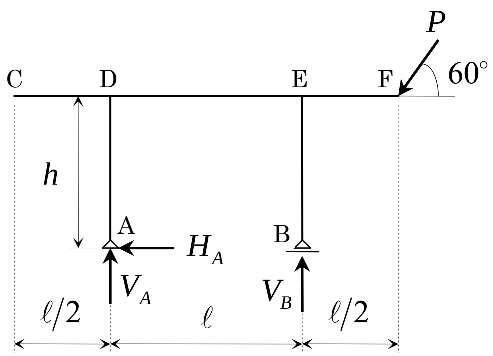
【問題 SF-T-4】下図に示す静定トラスの部材力 L_1，L_2，L_3，D_1，D_2，D_3，D_4，D_5，D_6 を求めよ。



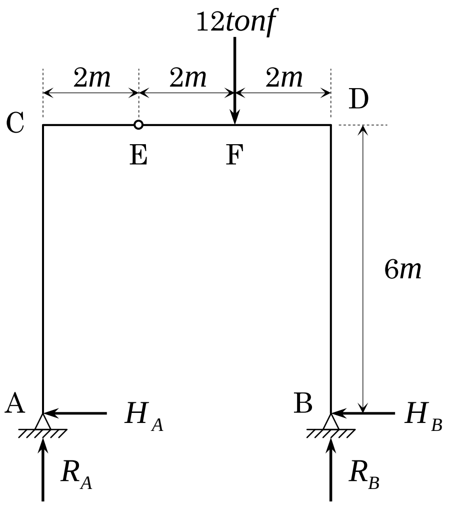
【問題 SF-R-1】下図のような静定ラーメンの断面力図を図示せよ。



【問題 SF-R-2】下図に示す静定ラーメンの断面力図、すなわち、軸方向力図（N－図），せん断力図（Q－図），曲げモーメント図（M－図）を図示せよ。

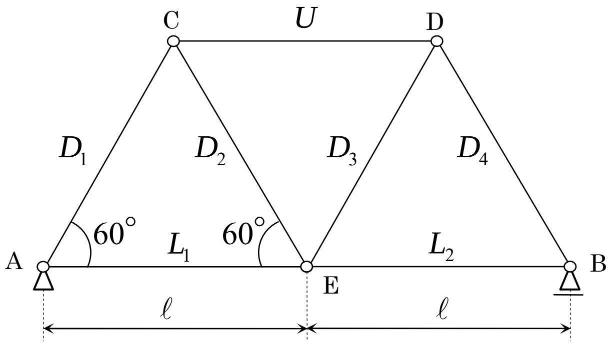


【問題 SF-R-3】下図に示す静定ラーメンの軸力図（N－図），せん断力図（Q－図），曲げモーメント図（M－図）を描け。なお、ラーメンの曲げモーメントは、部材が内側に変形するような曲げモーメントを正として扱うものとする。また、軸力図はせん断力図の正負と同じ扱いで描くこと。



影響線とその応用

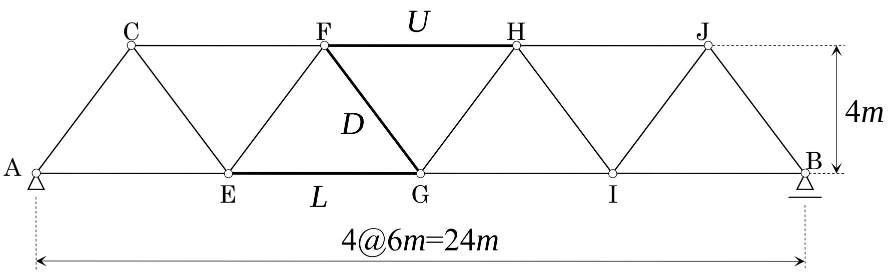
【問題 IL-T-1】下図に示すトラスの部材力すべてについて、下弦載荷の場合の影響線を求めよ。



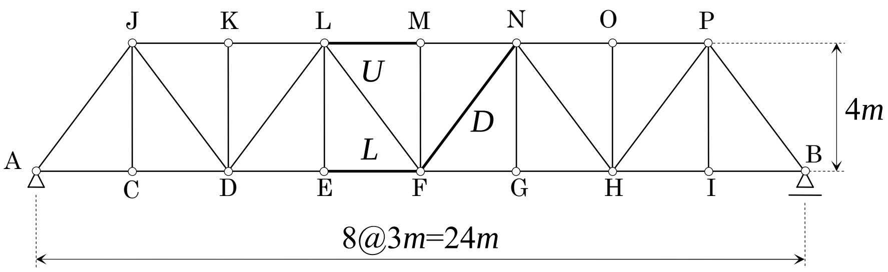
【問題 IL-T-2】下図に示すワーレントラスについて、

a) 下弦載荷の場合の部材力 U，L，D の影響線を描き、必要な縦距を与えよ。

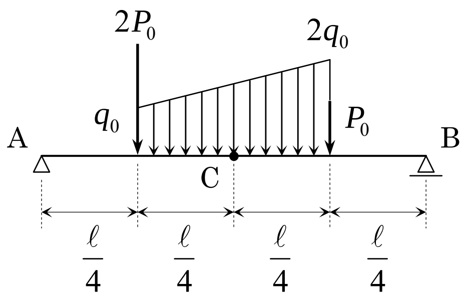
b) 死荷重 4 kN/m と集中荷重 20 kN が作用するときの部材力の最大値 U_{max}，L_{max}，D_{max} を求めよ。



【問題 IL-T-3】下図に示すトラスの部材 EF，FN，LM の部材力 L，D，U について、下弦載荷の場合の影響線を求めよ。



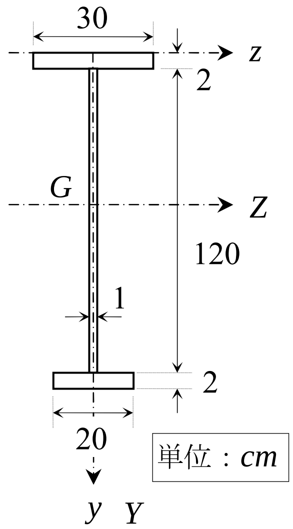
【問題 IL-SB-1】下図に示すような集中荷重と等変分布荷重が載荷された単純ばりの支点反力 R_A， R_B と C 点でのせん断力 Q_C， 曲げモーメント M_C を〝影響線〟を用いて求めよ。



【問題 IL-SB-2】下図に示すような“集中荷重 P と等分布荷重 q のセット”（移動荷重）が、単純ばり AB 上を移動するとき、載荷位置による C 点のせん断力 Q と曲げモーメント M の変化を“影響線”を用いて求め、図示せよ。なお、移動荷重は、A 点を原点とする x 軸において、集中荷重 P の位置によって“載荷位置”を表わすものとする。

0 _断面諸量

【問題 CS-I-1】下図に示す“I 型断面”の重心 G の位置，重心を通る直交座標軸 Y，Z に関する断面２次モーメント I_Y および I_Z ならびに Z 軸に関する上・下縁の断面係数 W_u，W_ℓ を計算せよ。〔教科書 p.106　演習問題(1)を採用〕

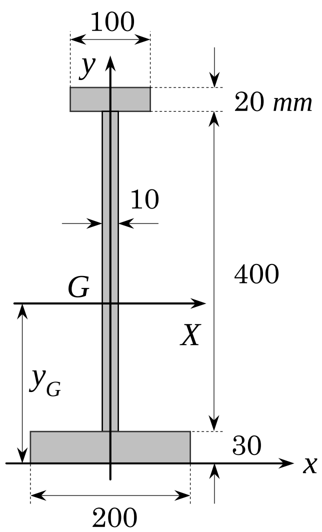


【問題 CS-I-2】下図に示す“I 型断面”について、以下の設問に答えよ。

(1) I 型断面の重心 $G(0, y_G)$ を求めよ。

(2) I 型断面の重心 G を通る X 軸に関する断面２次モーメント I_X を求めよ。

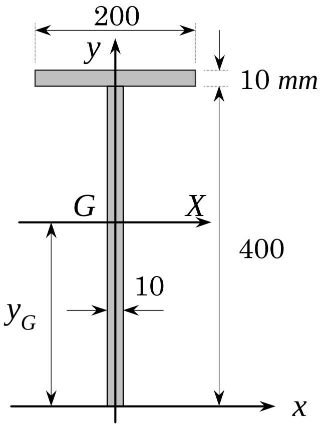
(3) I 型断面の x 軸に関する断面２次モーメント I_x を求めよ。



【問題 CS-T-1】下図に示す“T 型断面”について、以下の設問に答えよ。

(1) T 型断面の重心 $G(0, y_G)$ を求めよ。

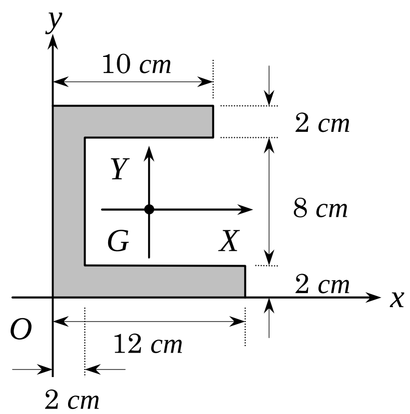
(2) T 型断面の重心 G を通る X 軸に関する断面 2 次モーメント I_X を求めよ。



【問題 CS-C-1】下図に示す“チャンネル断面”について、以下の設問に答えよ。

(1) チャンネル断面の重心 $G(x_G, y_G)$ の位置を求めよ。

(2) チャンネル断面の重心 G を通る X, Y に関する断面 2 次モーメント I_X， I_Y を求めよ。



【問題 CS-L-1】下図（左）に示す“Ｌ型断面”について、以下の設問に答えよ。

(1) Ｌ型断面の重心 G（y_G，z_G）を求めよ。

(2) 重心 G（y_G，z_G）を通る Z 軸に関する断面２次モーメント I_Z を求めよ。

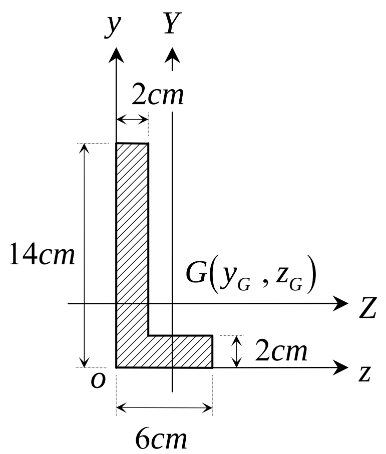
(3) 重心 G（y_G，z_G）を通る Y 軸に関する断面２次モーメント I_Y を求めよ。

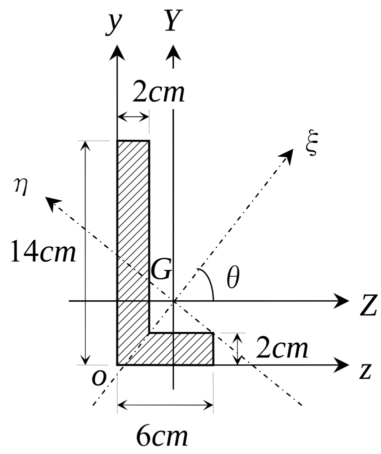
【問題 CS-L-2】下図（右）に示す“Ｌ型断面”について、以下の設問に答えよ。

(4) 重心 G（y_G，z_G）を通る Y, Z 軸に関する断面相乗モーメント I_{YZ} を求めよ。

(5) 主軸 ξ，η の方向 θ を求めよ。

(6) 主断面２次モーメント I_1，I_2 を求めよ。





【問題 CS-L-3】下図に示す“Ｌ型断面”について、以下の設問に答えよ。

(1) Ｌ型断面の重心 $G(x_G, y_G)$ を求めよ。

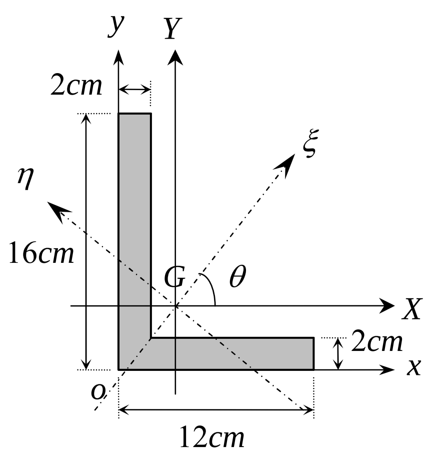
(2) 重心 $G(x_G, y_G)$ を通る X 軸に関する断面２次モーメント I_X を求めよ。

(3) 重心 $G(x_G, y_G)$ を通る Y 軸に関する断面２次モーメント I_Y を求めよ。

(4) 重心 $G(x_G, y_G)$ を通る X, Y 軸に関する断面相乗モーメント I_{XY} を求めよ。

(5) 主軸 ξ，η の方向 θ を求めよ。

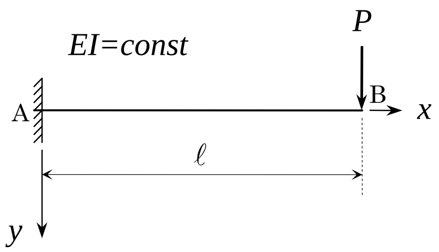
(6) 主断面２次モーメント I_1，I_2 を求めよ。



1_はりの変形

≪はりの変形の基本式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=-\dfrac{M}{EI}$ を用いる問題≫

【問題 BD2-CL-1】下図に示すような“片持ばり”の先端 B 点に集中荷重 P が作用するとき、たわみ $y(x)$ とたわみ角 $\theta(x)$ の式を求めよ。ただし、はりの曲げ剛性は、EI で一定とする。

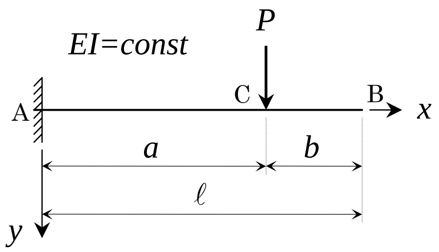


【問題 BD2-CL-2】下図に示すような“片持ばり”の C 点に集中荷重 P が作用するとき、以下の設問に答えよ。ただし、はりの曲げ剛性は、EI で一定とする。

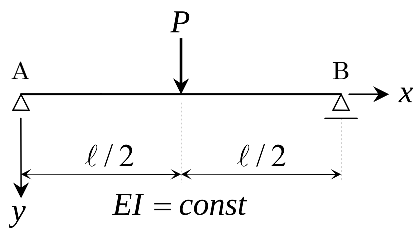
(1) $0\leqq x\leqq a$ の範囲で、はりのたわみ $y_\ell(x)$ とたわみ角 $\theta_\ell(x)$ の式を求めよ。

(2) $a\leqq x\leqq a+b=\ell$ の範囲で、はりのたわみ $y_R(x)$ とたわみ角 $\theta_R(x)$ の式を求めよ。

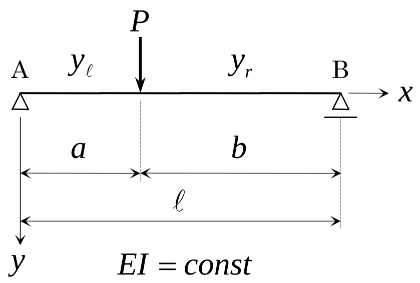
(3) B 点のたわみ y_B とたわみ角 θ_B を求めよ。



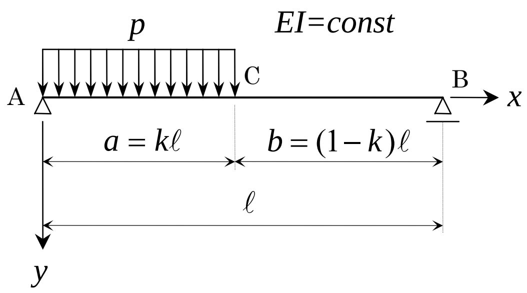
【問題 BD2-SB-1】下図に示すような曲げ剛性 EI が一定の “単純ばり” について、そのたわみ角 $\theta(x)$ とたわみ $y(x)$ の式を求めよ。



【問題 BD2-SB-2】下図に示すような曲げ剛性 EI が一定の “単純ばり” について、そのたわみ角 $\theta(x)$ とたわみ $y(x)$ の式を求めよ。



【問題 BD2-SB-3】下図に示すような等分布荷重部分載荷の“単純ばり”（曲げ剛性 EI は一定）のたわみ角 $\theta(x)$ とたわみ $y(x)$ の式を求めよ。



≪はりのたわみと荷重の関係を表す 4 階の微分方程式 $EI\dfrac{d^4y}{dx^4}=q$ を用いる問題≫

【問題 BD4-CL-1】

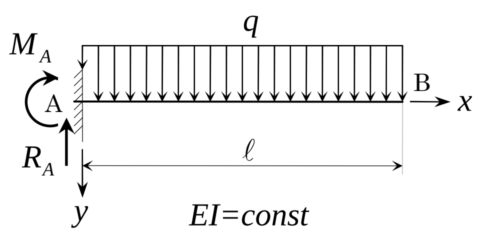
下図に示す曲げ剛性 EI が一定で、A 点固定の“片持ばり”について、次の設問に答えよ。

(1) 支点反力 M_A， R_A を求めよ。

(2) せん断力 $Q(x)$、曲げモーメント $M(x)$ の式を求め、次に、断面力図、すなわち、せん断力図（Q－図）、曲げモーメント図（M－図）を図示せよ。

(3) はりの変形の基本式 $\dfrac{d^2y}{dx^2}=-\dfrac{M}{EI}$ を用いて、たわみ角 $\theta(x)$ とたわみの式 $y(x)$ を求めよ。

(4) はりのたわみと荷重の関係を表す 4 階の微分方程式 $EI\dfrac{d^4y}{dx^4}=q$ を用いて、たわみ角 $\theta(x)$ とたわみの式 $y(x)$ を求めよ。

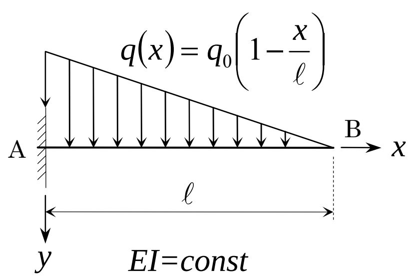


【問題 BD4-CL-2A】部材長 ℓ，曲げ剛性 EI を有する等断面“片持ばり”に下図に示すような等変分布荷重が載荷されたときのたわみ角 $\theta(x)$ とたわみ $y(x)$ を、

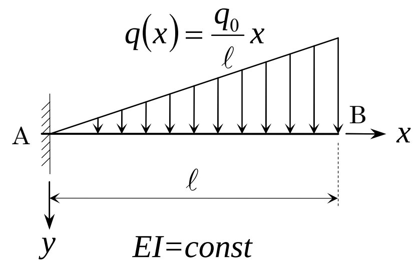
(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2}=-\dfrac{M}{EI}$ の式

(2) $EI\dfrac{d^4y}{dx^4}=q(x)$ の式

を用いて求めよ。また、最大たわみ $y_{\max}$ も求めよ。



【問題 BD4-CL-2B】部材長ℓ，曲げ剛性EIを有する等断面“片持ばり”に下図に示すような等変分布荷重が載荷されたときのたわみ角$\theta(x)$とたわみ$y(x)$の式を求めよ。また、最大たわみ$y_{\max}$も求めよ。

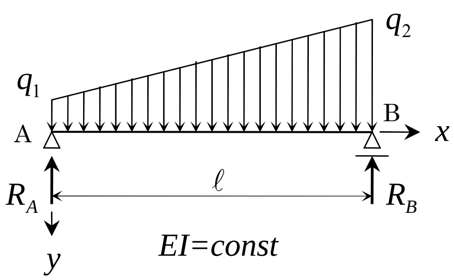


【問題 BD4-SB-1A】下図に示す曲げ剛性EIが一定な“単純ばり”について、以下の設問に答えよ。

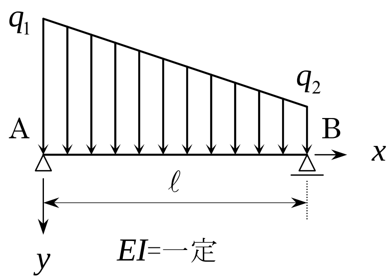
(1) 支点反力R_A，R_Bを求めよ。

(2) 断面力図すなわちせん断力図（Q－図）、曲げモーメント図（M－図）の概略を図示せよ。

(3) はりのたわみ角$\theta(x)$とたわみ$y(x)$の式を求めよ。



【問題 BD4-SB-1B】下図に示すように曲げ剛性EIが一定な“単純ばり”に等変分布荷重が載荷されるとき、そのたわみ角$\theta(x)=\dfrac{dy}{dx}$とたわみ$y(x)$の式を求めよ。

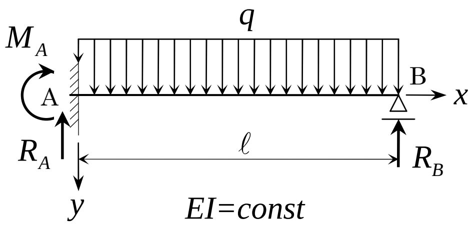


【問題 BD4-B-1A】下図に示す曲げ剛性 EI が一定で、“A 点固定、B 点単純支持のはり”について、次の設問に答えよ。

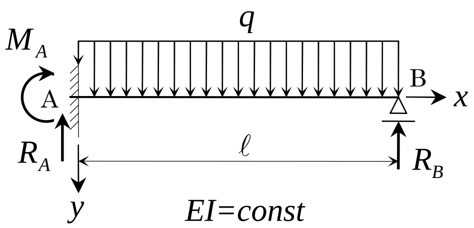
(1) はりのたわみと荷重の関係を表す 4 階の微分方程式 $EI\dfrac{d^4y}{dx^4}=q$ を用いて、たわみ角 $\theta(x)$ とたわみの式 $y(x)$ を求めよ。

(2) 支点反力 M_A, R_A, R_B を求めよ。

(3) せん断力 $Q(x)$、曲げモーメント $M(x)$ の式を求め、次に、断面力図、すなわち、せん断力図（Q－図）、曲げモーメント図（M－図）を図示せよ。



【問題 BD4-B-1B】下図に示す“A 点固定、B 点単純支持のはり”のたわみ角 $\theta(x)$ とたわみ $y(x)$ の式を求めよ。次に、支点反力 M_A, R_A, R_B を求めよ。さらに、断面力図すなわちせん断力図（Q－図）、曲げモーメント図（M－図）を図示せよ。ただし、曲げ剛性 EI は一定とする。



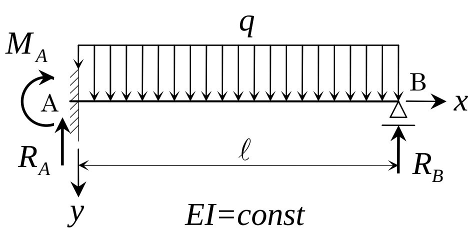
【問題 BD4-B-1C】下図に示すような曲げ剛性 EI が一定の“A 点固定、B 点単純支持のはり”について、以下の設問に答えよ。

(1) たわみ角 $\theta(x)$ とたわみ $y(x)$ の式

(2) 最大のたわみ $y_{\max}$ とその発生位置 $x_{\max}$

(3) せん断力図（Q－図）と曲げモーメント図（M－図）

を求めよ。

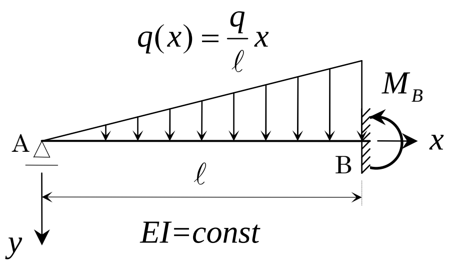


【問題 BD4-B-2】下図に示すような“A 点が単純支持、B 点が固定端の不静定ばり”に等変分布荷重 $q(x)$ が作用するとき、以下の設問に答えよ。ただし、はりの曲げ剛性は、EI で一定とする。

(1) はりのたわみ $y(x)$ とたわみ角 $\theta(x)$ の式を求めよ。

(2) B 点の支点モーメント M_B を求めよ。

(3) 最大のたわみ $y_{\max}$ とその発生位置 $x_{\max}$ を求めよ。



【問題 BD4-B-3】

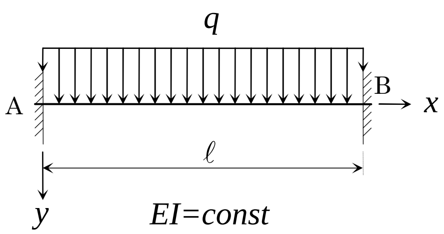
下図に示すような曲げ剛性 EI が一定の“両端固定ばり”について、以下の設問に答えよ。

(1) たわみ角 $\theta(x)$ とたわみ $y(x)$ の式

(2) 最大のたわみ $y_{\max}$ とその発生位置 $x_{\max}$

(3) せん断力図（Q－図）と曲げモーメント図（M－図）

を求めよ。

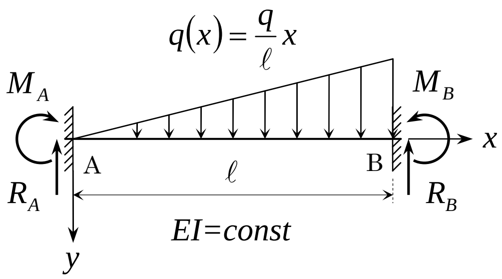


【問題 BD4-B-4】下図に示すような“A 点，B 点が両端固定の不静定ばり”に等変分布荷重 $q(x)$ が作用するとき、以下の設問に答えよ。ただし、はりの曲げ剛性は、EI で一定とする。

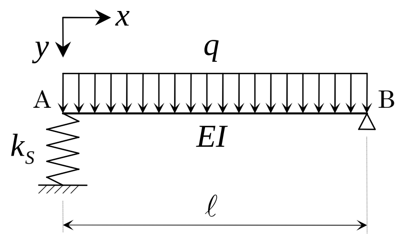
(1) はりのたわみ角 $\theta(x)$ とたわみ $y(x)$ の式を求めよ。

(2) A 点，B 点それぞれの支点反力 R_A， R_B と支点モーメント M_A， M_B を求めよ。

(3) 最大のたわみ $y_{\max}$ とその発生位置 $x_{\max}$ を求めよ。

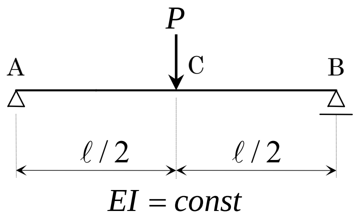


【問題 BD4-B-5】下図に示すように、長さが ℓ で曲げ剛性 EI が一定なはりに、等分布荷重 q が作用し、バネ定数 k_S のバネと回転支点で支持されているとき、はりのたわみ曲線 $y(x)$ の式を求めよ。

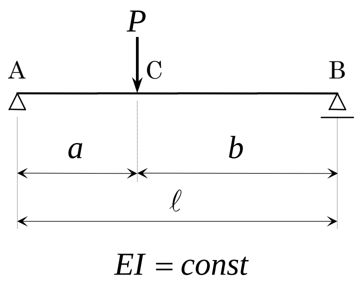


≪弾性荷重法を用いる問題≫

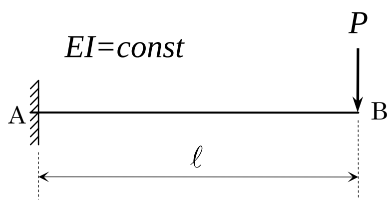
【問題 EL-SB-1A】下図に示すような曲げ剛性 EI が一定の“単純ばり” の中点 C に集中荷重 P が作用するとき、C 点のたわみ y_C とたわみ角 θ_C を求めよ。



【問題 EL-SB-1B】下図に示すような曲げ剛性 EI が一定の“単純ばり” の C 点に集中荷重 P が作用するとき、C 点のたわみ y_C とたわみ角 θ_C を求めよ。



【問題 EL-CL-1】下図に示すような“片持ばり”の先端 B 点に集中荷重 P が作用するとき、B 点のたわみ y_B とたわみ角 θ_B を求めよ。ただし、はりの曲げ剛性は、EI で一定とする。



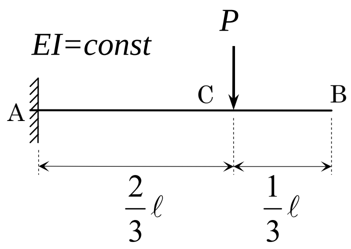
【問題 EL-CL-2】下図に示すような“片持ばり”の C 点に集中荷重 P が作用するとき、以下の設問に答えよ。ただし、はりの曲げ剛性は、EI で一定とする。

(1) せん断力図（Q－図）と曲げモーメント図（M－図）を図示せよ。

(2) 〝弾性荷重〟を載荷した〝共役ばり〟を図示せよ。

(3) B 点のたわみ y_B とたわみ角 θ_B を求めよ。

(4) C 点のたわみ y_C とたわみ角 θ_C を求めよ。



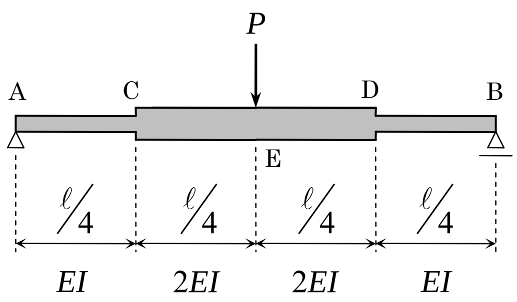
【問題 EL-HSB-1A】〝弾性荷重法〟により、下図のような“変断面単純ばり”について、

A 点のたわみ角 θ_A

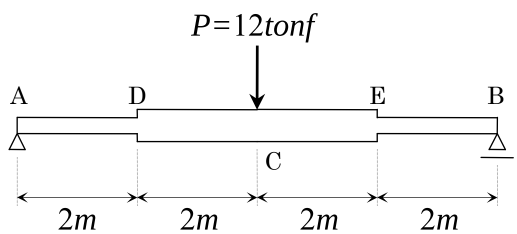
C 点のたわみ角 θ_C とたわみ y_C

E 点のたわみ y_E

を求めよ。ただし、曲げ剛性は、A～C, D～B 間を EI, C～D 間を $2EI$ とする。



【問題 EL-HSB-1B】下図のような“変断面単純ばり”の C 点のたわみ y_B を〝弾性荷重法〟により求めよ。ただし、ヤング係数 $E = 2 \times 10^6\ kgf/cm^2$，また、$D$～$E$ 間の断面 2 次モーメント I_{DE} は、$I_{DE} = 1.2 \times 10^5 cm^4$、$A$～$D$, E～B 間の断面 2 次モーメント I_{AD}， I_{EB} は、$I_{AD} = I_{EB} = 6 \times 10^4 cm^4$ とする。

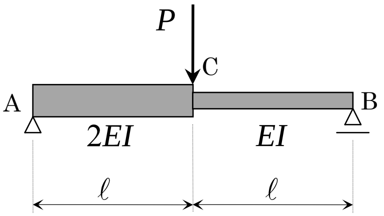


【問題 EL-HSB-2】下図に示すような“変断面単純ばり”の C 点に集中荷重 P が作用するとき、以下の設問に答えよ。ただし、A〜C 間の曲げ剛性は $2EI$, C〜B 間の曲げ剛性は EI とする。

(1) A 点のたわみ角 θ_A と B 点のたわみ角 θ_B を求めよ。

(2) C 点のたわみ角 θ_C とたわみ y_C を求めよ。

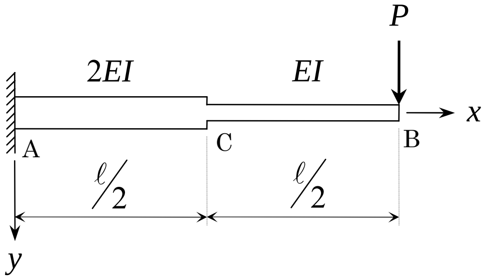
(3) 最大のたわみ $y_{\max}$ とその発生位置 X （B 点からの距離）を求めよ。



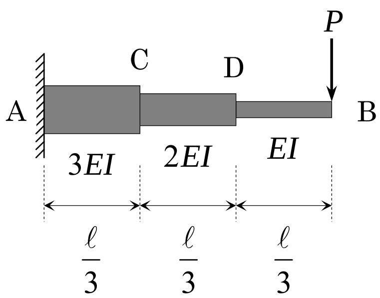
【問題 EL-HCL-1】下図のような“変断面片持ばり”について、先端 B 点のたわみ角 θ_B とたわみ y_B を以下の 2 通りで求めよ。ただし、曲げ剛性は、A〜C 間を $2EI$, C〜B 間を EI とする。

(1) $\dfrac{d^2y}{dx^2} = -\dfrac{M}{EI}$ に基づく微分方程式法

(2) 〝モールの定理〟に基づく弾性荷重法



【問題 EL-HCL-2】〝弾性荷重法〟により、下図に示すような“変断面片持ばり AB”の自由端 B のたわみ v_B を求めよ。なお、“変断面片持ばり AB”の曲げ剛性は、A〜C 間, C〜D 間, D〜B 間でそれぞれ $3EI$, $2EI$, EI である。



【問題 EL-HCL-3】右図に示すような変断面片持ばりの先端 B 点に集中荷重 P , C 点に集中曲げモーメント $M_0 = \dfrac{1}{2}P\ell$ が作用するとき、以下の設問に答えよ。

ただし、はりの曲げ剛性は、A〜C 間が $2EI$, C〜B 間が EI とする。

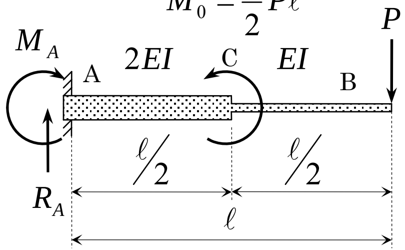
(1) 支点反力 R_A と支点曲げモーメント M_A を求めよ。

(2) せん断力図（Q−図）と曲げモーメント図（M−図）を図示せよ。

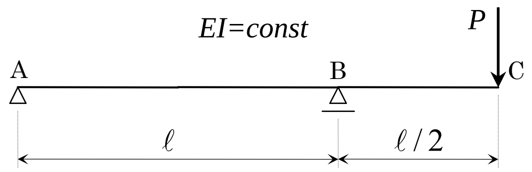
(3) 〝弾性荷重〟を載荷した〝共役ばり〟を図示せよ。

(4) B 点のたわみ y_B とたわみ角 θ_B を求めよ。

(5) C 点のたわみ y_C とたわみ角 θ_C を求めよ。



【問題 EL-OB-1】下図に示す“張出ばり”の C 点のたわみ角 θ_C とたわみ y_C を求めよ。ただし、はりの曲げ剛性は EI で一定とする。



【問題 EL-OB-2】下図に示すような“張出ばり”の D 点に集中荷重 P が作用するとき、

(1) せん断力図（Q-図），曲げモーメント図（M-図）を図示せよ。

(2) 〝弾性荷重〟が載荷された〝共役ばり〟を図示せよ。

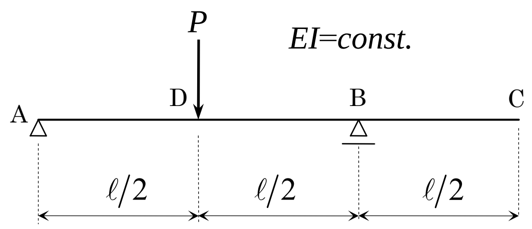
(3) 次のたわみ角とたわみを求めよ。

① A 点のたわみ角 θ_A と B 点のたわみ角 θ_B

② C 点のたわみ角 θ_C とたわみ v_C

③ D 点のたわみ v_D

ただし、はりの曲げ剛性は EI で一定とする。



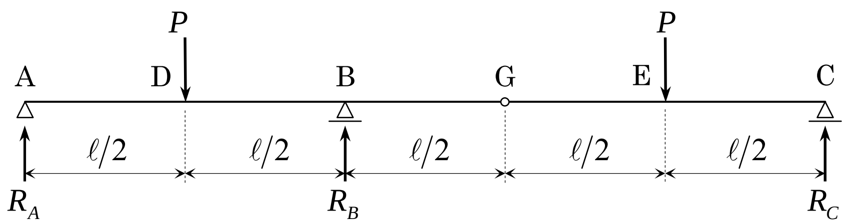
【問題 EL-G-1】

下図に示す曲げ剛性 EI が一定の“静定ゲルバーばり”について、以下の設問に答えよ。

(1) 図中の支点反力 R_A， R_B， R_C を求めよ。また、“静定ゲルバーばり”の曲げモーメント図、せん断力図を図示せよ。なお、主要点の数値を記入せよ。

(2) 〝弾性荷重法〟により、D 点のたわみ y_D とたわみ角 θ_D を求めよ。

(3) 〝弾性荷重法〟により、E 点のたわみ y_E とたわみ角 θ_E を求めよ。



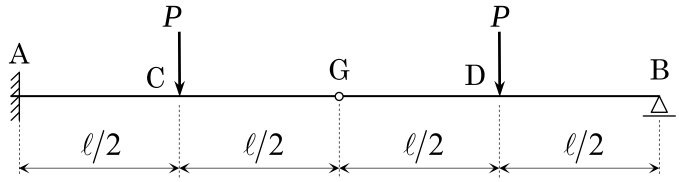
【問題 EL-G-2】

下図に示す曲げ剛性 EI が一定の“静定ゲルバーばり”について、以下の設問に答えよ。

(3)“静定ゲルバーばり”の曲げモーメント図、せん断力図を図示せよ。なお、主要点の数値を記入せよ。

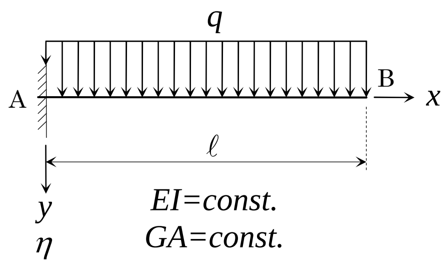
(4)〝弾性荷重法〟により、C 点のたわみ y_C とたわみ角 θ_C を求めよ。

(5)〝弾性荷重法〟により、D 点のたわみ y_D とたわみ角 θ_D を求めよ。

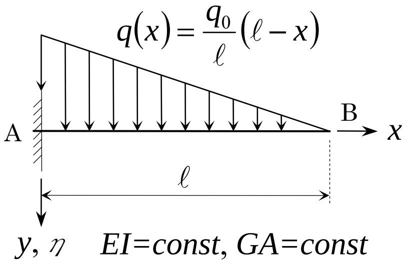


≪せん断力による付加たわみに関する問題≫

【問題 BD4+SF-CL-1】下図に示す部材長が ℓ で、曲げ剛性 EI, せん断剛性 GA が一定の“片持ばり”について、せん断力による付加たわみを考慮した全たわみ $\eta(x)$, たわみ角 $\dfrac{d\eta}{dx}=\eta'(x)$ の式を求めよ。



【問題 BD4+SF-CL-2】下図に示す部材長 ℓ, 曲げ剛性 EI, せん断剛性 GA を有する“等断面片持ばり”について、せん断力による付加たわみを考慮した全たわみ $\eta(x)$ の式を求めよ。

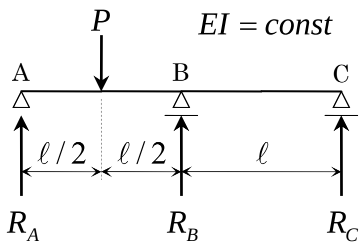


≪はりの変形公式を用いて不静定ばりを解く問題≫

【問題 BD-N-1】下図に示すような曲げ剛性 EI が一定な“連続ばり”について、以下の設問に答えよ。

(1) 支点反力 R_A， R_B， R_C を求めよ。

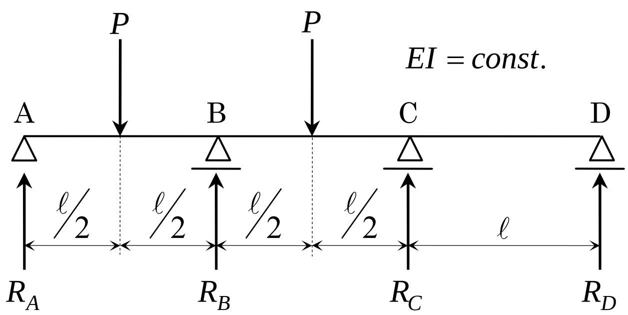
(2) 断面力図（Q－図，M－図）を図示せよ。



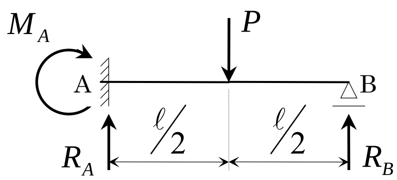
【問題 BD-N-2】下図に示すような曲げ剛性 EI が一定な“連続ばり”について、以下の設問に答えよ。

(1) 支点反力 R_A， R_B， R_C， R_D を求めよ。

(2) 断面力図（Q－図，M－図）を図示せよ。



【問題 BD-N-3】下図に示す“１次不静定ばり”の支点反力 R_A， M_A， R_B と断面力図（Q－図，M－図）を求めよ。



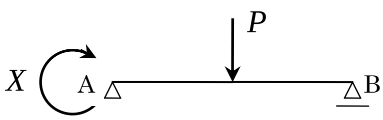
ただし、曲げ剛性 EI は一定とし、不静定力 X を下図のように

①A 点の支点曲げモーメント

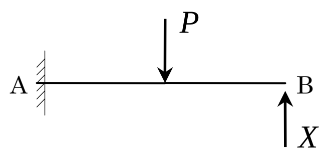
②B 点の支点反力

の２通りに選んで解け。

①



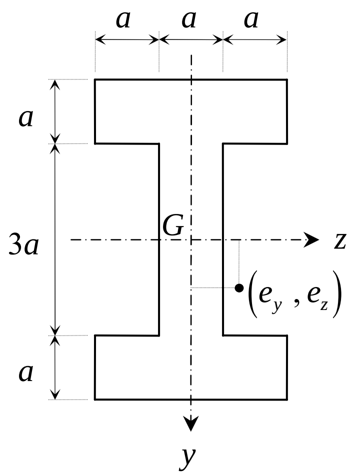
②



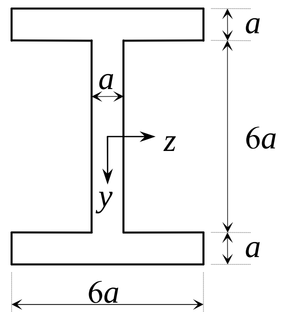
2_圧縮材

≪断面の核≫

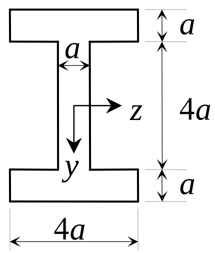
【問題 CM-CS-1a】下図に示す“Ｉ型断面”の〝断面の核〟を求め、図示せよ。



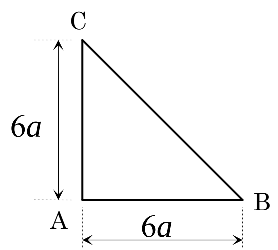
【問題 CM-CS-1b】下図に示す“Ｉ型断面”の〝断面の核〟を求め、図示せよ。



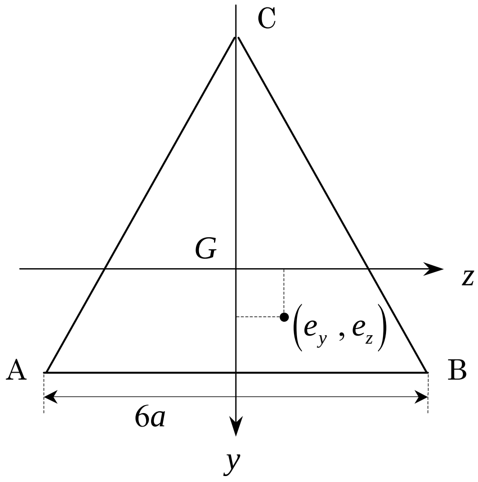
【問題 CM-CS-1c】下図に示す“Ｉ型断面”の〝断面の核〟を求め、図示せよ。



【問題 CM-CS-2】下図に示す“直角二等辺三角形断面”の〝断面の核〟を求めよ。



【問題 CM-CS-3】
下図に示す一辺の長さが $6a$ の“正三角形断面”ABC の〝断面の核〟を求め、図示せよ。

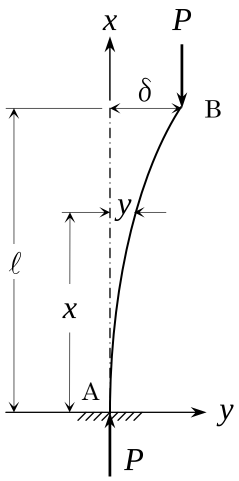


≪座屈条件式≫

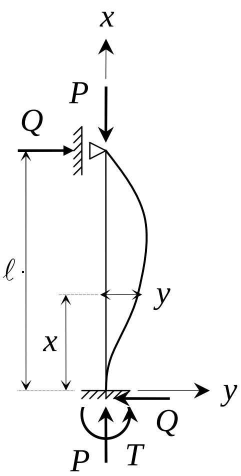
【問題 CM-B-1】下図に示すような、長さ ℓ，曲げ剛性 EI を有する等断面一端固定・他端自由の長柱に圧縮荷重 P が作用するときの座屈条件式を導け。ただし、弾性座屈が生ずるときの自由端 B のたわみを δ とする。

【問題 CM-B-2】下図に示すような、長さ ℓ，曲げ剛性 EI を有する等断面一端固定・他端回転支持の長柱に圧縮荷重 P が作用するときの座屈条件式を導け。ただし、T は、圧縮荷重 P によって長柱が座屈するときに長柱の固定端に生ずる固定端モーメントであり、Q は、その際にモーメントの釣合条件を満足させるために生じる水平力である。

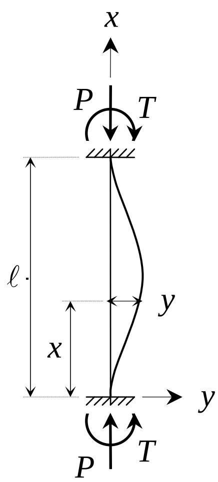
【問題 CM-B-3】下図に示すような、長さ ℓ，曲げ剛性 EI を有する等断面両端固定の長柱に圧縮荷重 P が作用するときの座屈条件式を導け。ただし、T は、圧縮荷重 P によって長柱が座屈するときに生じる長柱の両端における固定端モーメントである。



【問題 B-1】



【問題 B-2】



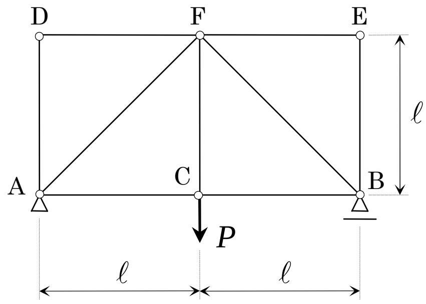
【問題 B-3】

≪トラスの座屈荷重≫

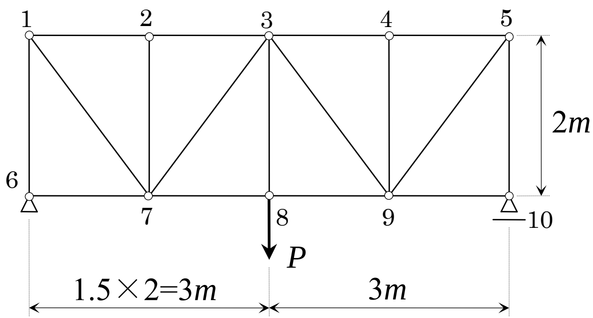
【問題 CM-BT-1】長さ 3 m の丸棒鋼が両端ピン支持され、軸方向に 8 $tonf$ の圧縮力を受けるものとする。このとき、安全率を 3 として、丸棒鋼の直径 d を求めよ。

ただし、鋼のヤング率は、$E = 2 \times 10^6\ kgf/cm^2$ とする。

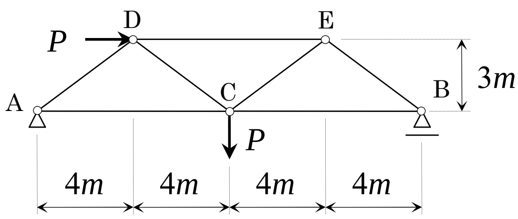
【問題 CM-BT-2】下図のトラスにおいて、圧縮力を受ける部材に座屈を起こす荷重 P を求めよ。
ただし、材料のヤング率は E, トラスの部材断面は直径 d の中実円形とする。



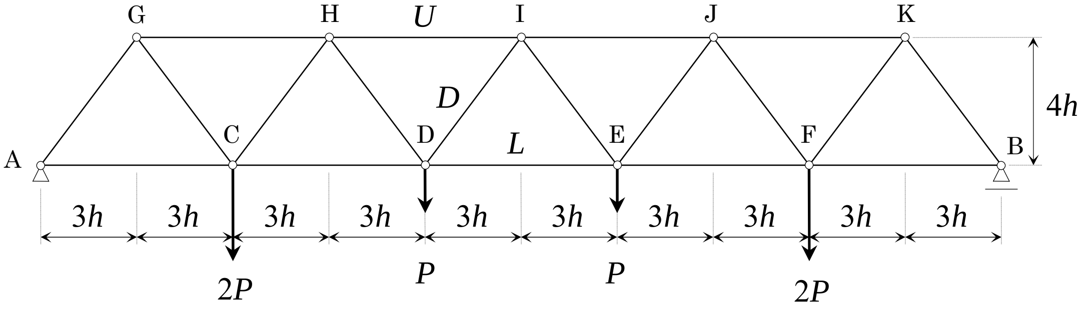
【問題 CM-BT-3】下図のトラスは、直径（外径）50mm, 肉厚 2mm の鋼管で作られている。漸次増加する荷重 P が何 $tonf$ に達したとき、どの部材が座屈するか。
ただし、鋼のヤング率 $E = 2.1 \times 10^6\ kgf/cm^2$ とする。



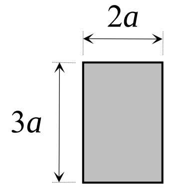
【問題 CM-BT-4】下図に示すワーレントラスにおいて、最初に部材の座屈が起こる荷重 P_{CR} を求めよ。
ただし、各部材は等断面で、その曲げ剛性は EI で一定とする。



【問題 CM-BT-5】下図－Aに示す静定ワーレントラスについて、部材 HI, DI, DE の部材力 U, D, L をまず求めよ。次に、荷重 P を漸次増加するとき、部材 HI, DI, DE のうち最初に座屈を起こす荷重 P_{CR} を求めよ。なお、各部材は、ヤング係数 E で、その断面は下図－Bに示すような中実長方形断面とする。



図－A

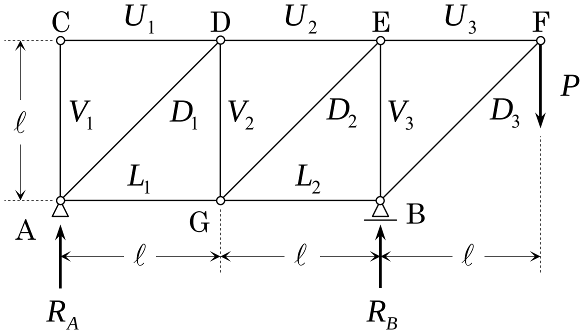


図－B

【問題 CM-BT-6】下図に示す曲げ剛性 EI が一定の静定トラスについて、以下の設問に答えよ。

(1) 部材力 U_1, U_2, U_3, L_1, L_2, V_1, V_2, V_3, D_1, D_2, D_3 を求めよ。

(2) 荷重 P を漸次増加させるとき、最初に座屈が発生する部材はどの部材か。また、そのときの荷重 P の大きさ P_E を求めよ。



3_単純ねじり

【問題 PT-1】薄肉正三角形断面材の薄肉中心線の１辺が $30cm$ で板厚が一様に $10mm$ であるとすれば、この部材のねじり剛性はいくらか。また、単純ねじりモーメント $2tonf \cdot m$ が作用するときに生ずる

1) ねじれ率
2) せん断流

を求めよ。ただし、材料のせん断弾性係数は、$G = 8.1 \times 10^5\ kgf/cm^2$ とする。

【問題 PT-2】板厚 t，薄肉中央線の長さ（周長）S，せん断弾性係数 G が相等しい中空円筒断面，中空正方形断面，中空正三角形断面の３つの薄肉中空断面において、

$$t = 1\ cm,\ \ S = 120\ cm,\ \ G = 8.1 \times 10^5\ kgf/cm^2$$

とするとき、単純ねじりモーメント $T = 10\ tonf{\cdot}m$ が作用する場合に、３つの薄肉中空断面に生ずるねじれ率 ϑ，せん断流 q をそれぞれ求めよ。

【問題 PT-3a】下図に示す３種の薄肉中空断面は、薄肉中央線の周長 S，板厚 t およびせん断弾性係数 G が相等しい。このとき、薄肉中央線の半径を r，板厚を t とする中空円筒断面を基準として、３者のねじり剛性の比 GJ_C ： GJ_S ： GJ_T を求めよ。

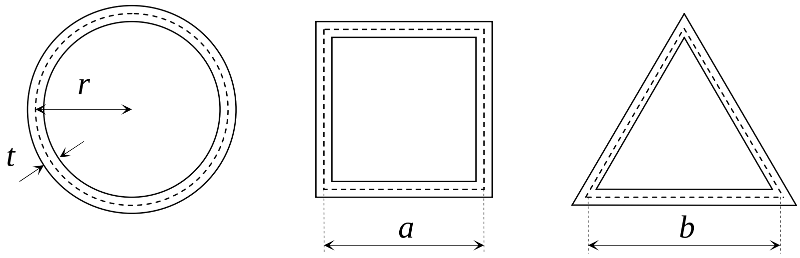
1) 中空円筒断面：GJ_C
2) 中空正方形断面：GJ_S
3) 中空正三角形断面：GJ_T

【問題 PT-3b】下図に示す３種の薄肉中空断面は、薄肉中央線に囲まれた面積 F，板厚 t およびせん断弾性係数 G が相等しい。このとき、薄肉中央線の半径を r，板厚を t とする中空円筒断面を基準として、３者のねじり剛性の比 GJ_C ： GJ_S ： GJ_T を求めよ。

1) 中空円筒断面：GJ_C
2) 中空正方形断面：GJ_S
3) 中空正三角形断面：GJ_T

【問題 PT-3c】下図に示す３種の薄肉中空断面は、ねじり剛性 GJ，板厚 t およびせん断弾性係数 G が相等しい。このとき、薄肉中央線の半径を r，板厚を t とする中空円筒断面を基準として、３者の薄肉中央線の周長の比 S_C ： S_S ： S_T を求めよ。

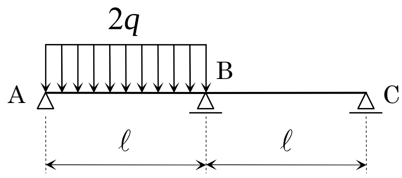
1) 中空円筒断面：S_C
2) 中空正方形断面：S_S
3) 中空正三角形断面：S_T



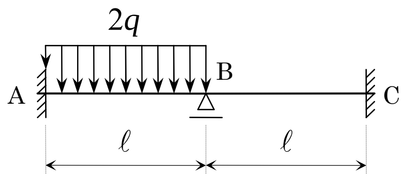
4_基本原理（構造解析学における基本原理および定理）

≪重ね合せの原理≫

【問題 SP-1】下図に示す不静定ばりについて、構造の対称性と〝**重ね合わせの原理**〟を用いて、断面力図を求めよ。

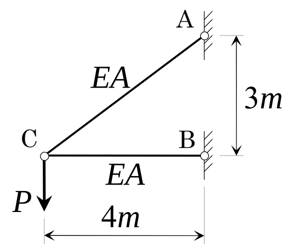


【問題 SP-2】下図に示す不静定ばりについて、構造の対称性と〝**重ね合わせの原理**〟を用いて、断面力図を求めよ。

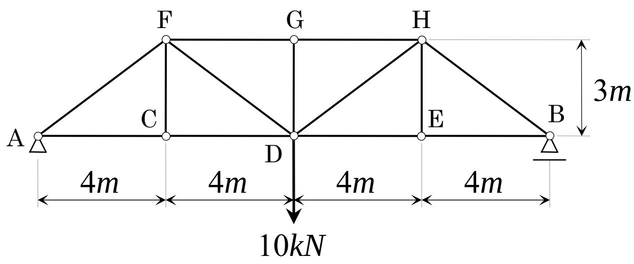


≪ひずみエネルギー≫

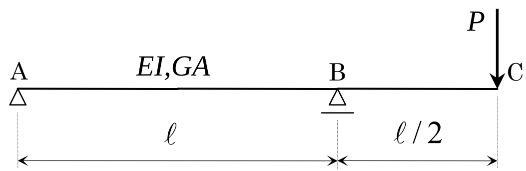
【問題 SE-T-1】下図に示す静定トラスのひずみエネルギーUを求めよ。ただし、各部材の引張剛性はEAとする。



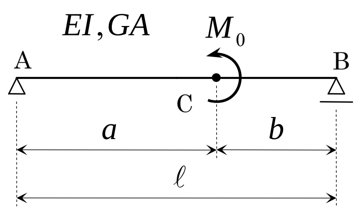
【問題 SE-T-2】下図に示す静定トラスのひずみエネルギーUを求めよ。ただし、すべての部材は、ヤング率をE，部材断面積をAとする。



【問題 SE-B-1】下図に示す張出ばりのひずみエネルギーUを求めよ。ただし、はりの曲げ剛性はEI，せん断弾性係数はG，断面積はAとする。

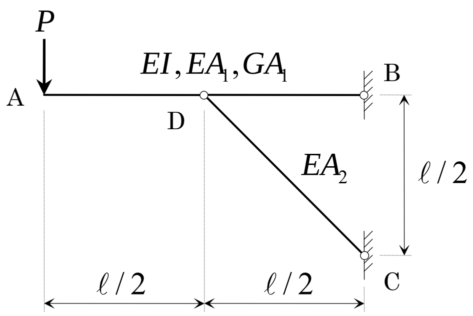


【問題 SE-B-2】下図に示す集中モーメントM_0が作用する単純ばりのひずみエネルギーUを求めよ。ただし、はりの曲げ剛性はEI，せん断弾性係数はG，断面積はAとする。



【問題 SE-S-1】下図に示す構造物のひずみエネルギーUを求めよ。

ただし、各部材のヤング係数，せん断弾性係数は、E，G であり、部材 AB，部材 CD の断面積は、それぞれ A_1，A_2 である。また、部材 AB の断面２次モーメントは、I である。



【問題 SE-S-2】横荷重を受けるはりのせん断力QによるひずみエネルギーU_Qは、はりの断面積およびせん断弾性係数(または横弾性係数)をそれぞれ A，G とすると、$U_Q = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_0^{\ell} \kappa \frac{Q^2}{GA} dx$ で表される。

ここに、$\kappa = \dfrac{1}{A}\displaystyle\int_A K^2(y)\, dA = \frac{A}{I_z^2}\int_{y_u}^{y_\ell} \frac{S_z^2(y)}{B(y)} dy$，$K(y) = \dfrac{A}{I_z B(y)} S_z(y)$ である。

$K(y)$は断面の形状寸法により決まる y の関数であり、I_z は断面２次モーメント、$B(y)$は座標 y の位置での断面幅、$S_z(y)$はその位置より外側にある断面部分の重心軸 z に関する断面１次モーメントである。また、$\displaystyle\int_{y_u}^{y_\ell} dy$ は横断面の上縁から下縁に至る定積分を表す。

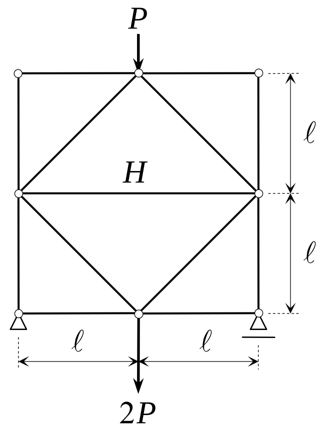
このとき、長方形断面の κ の値が、$\kappa = 1.2$ であることを証明せよ。

≪単位変位法≫

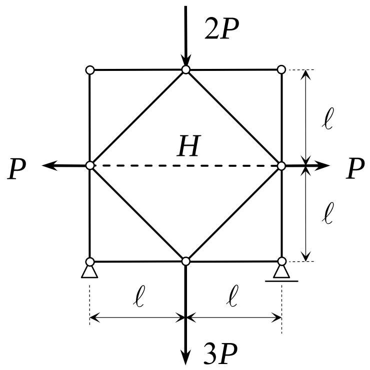
【問題 UD-T-1】下図に示すトラスの水平材 H の部材力を次の２通りの方法で求めよ。

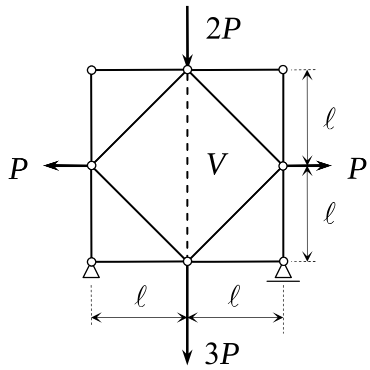
(1) 〝節点法〟を用いて

(2) **〝仮想変位の原理〟**を用いて

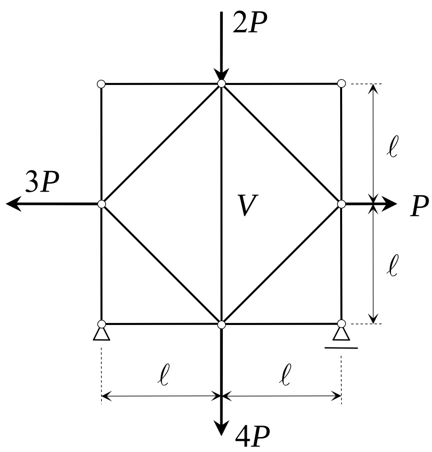


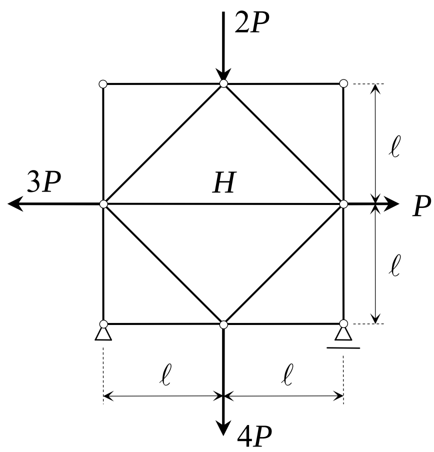
【問題 UD-T-2】下図に示す２つの静定トラスについて、破線で表される部材の部材力 H, V を **〝仮想変位の原理〟**を用いて求めよ。



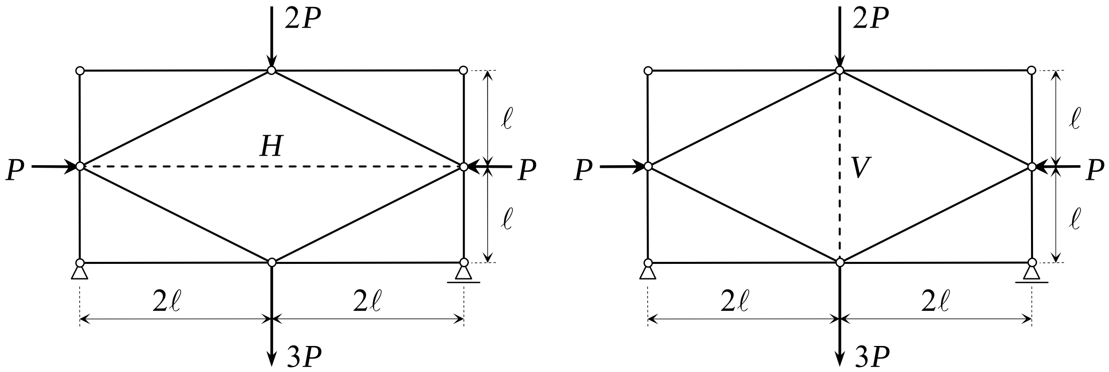


【問題 UD-T-3】下図のトラスの鉛直材 V, 水平材 H の部材力を **〝仮想変位の原理〟**を用いて求めよ。

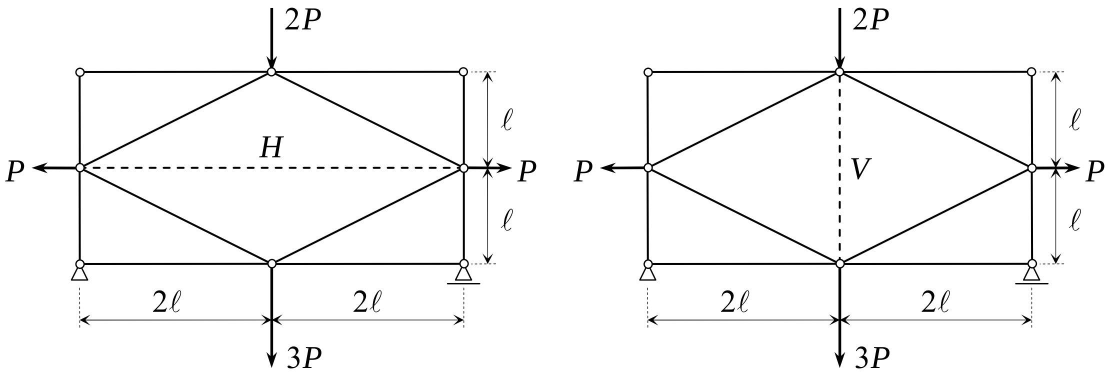




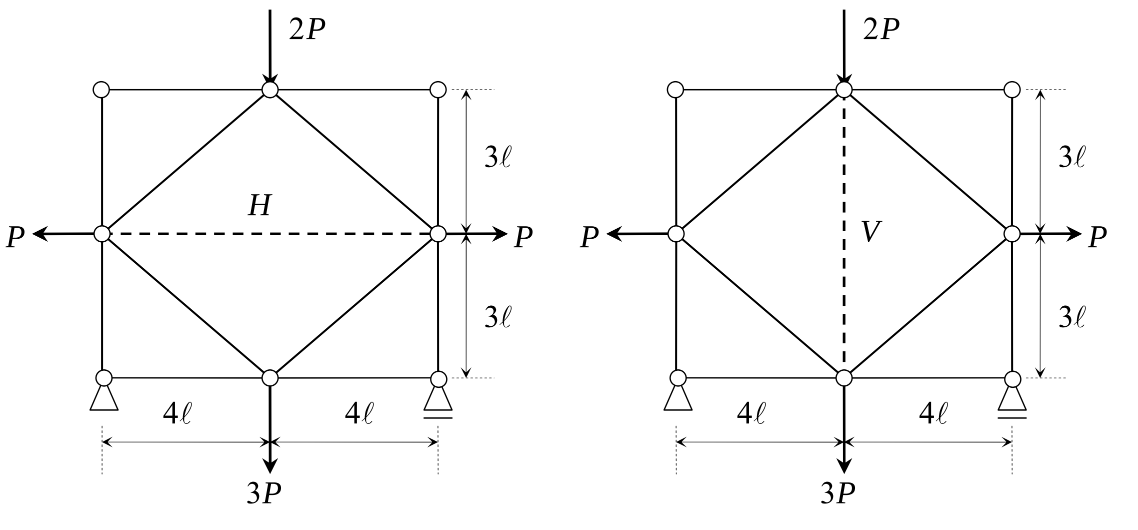
【問題 UD-T-4】下図に示す２つの静定トラスについて、破線で表される部材の部材力 H, V を〝**仮想変位の原理**〟を用いて求めよ。



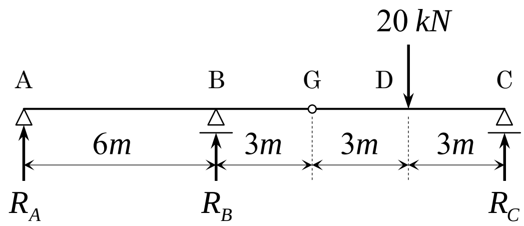
【問題 UD-T-5】下図に示す２つの静定トラスについて、破線で表される部材の部材力 H, V を〝**仮想変位の原理**〟を用いて求めよ。



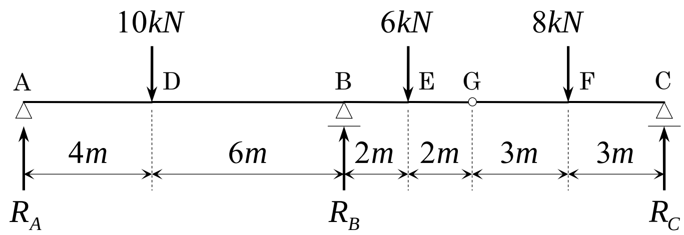
【問題 UD-T-6】下図に示す２つの静定トラスについて、破線で表される部材の部材力 H, V を〝**仮想変位の原理**〟を用いて求めよ。



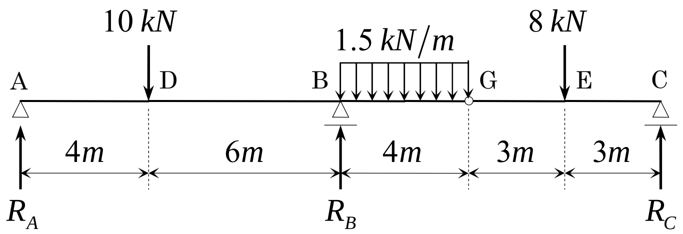
【問題 UD-G-1】下図に示す静定ゲルバーばりの支点反力 R_A， R_B， R_C を〝**仮想変位の原理**〟を用いて求めよ。



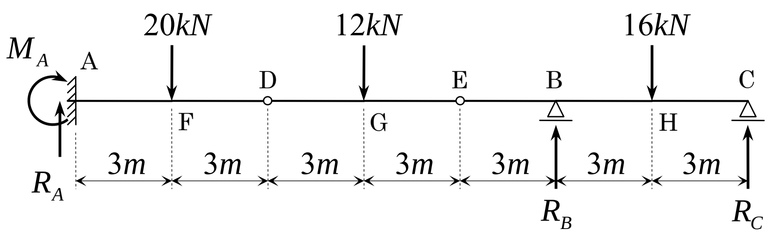
【問題 UD-G-2】下図に示すゲルバーばりの支点反力 R_A，R_B，R_C と D 点の曲げモーメント M_D を〝**仮想変位の原理**〟を用いて求めよ。



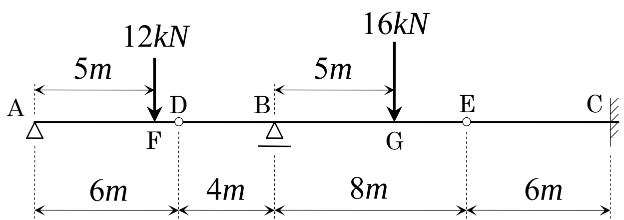
【問題 UD-G-3】下図に示すゲルバーばりの支点反力 R_A，R_B，R_C と D 点の曲げモーメント M_D を〝**仮想変位の原理**〟を用いて求めよ。



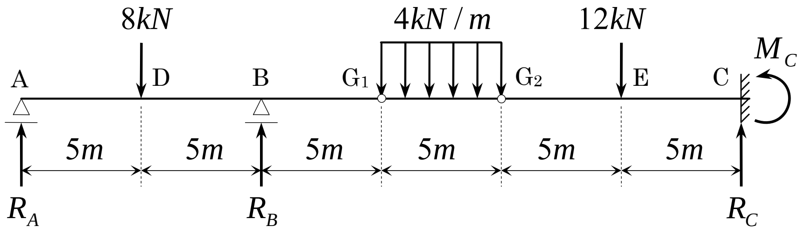
【問題 UD-G-4】下図に示すゲルバーばりの支点反力 R_A， R_B， R_C， M_A を〝**仮想変位の原理**〟を用いて求めよ。



【問題 UD-G-5】下図に示すゲルバーばりの支点反力 R_A， R_B， R_C，曲げモーメント M_C， M_G およびせん断力 Q_E を〝**仮想変位の原理**〟を用いて求めよ。

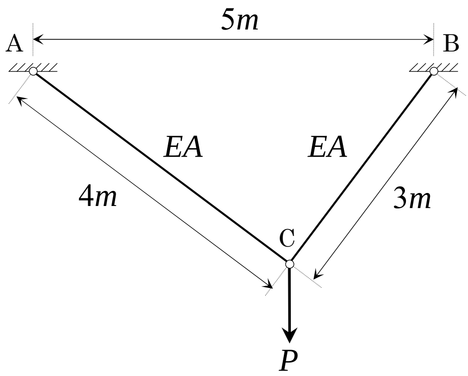


【問題 UD-G-6】下図に示すゲルバーばりの支点反力 R_A， R_B， R_C と C 点の支点曲げモーメント M_C を **〝仮想変位の原理〟** を用いて求めよ。

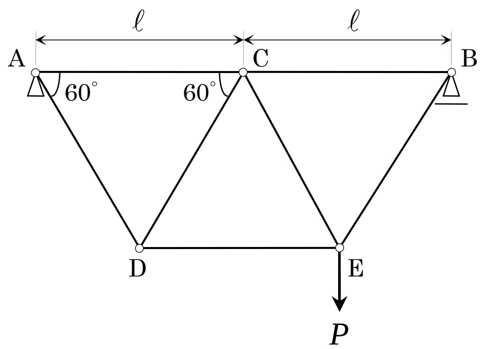


≪単位荷重法≫

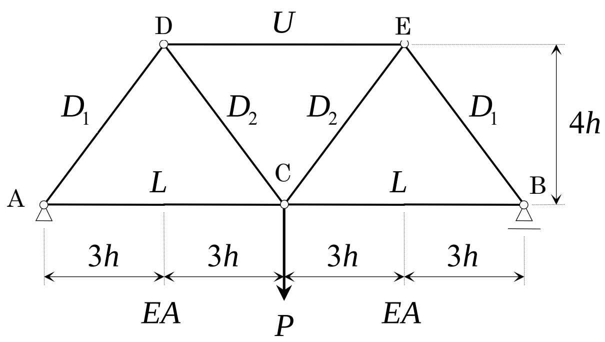
【問題 UL-T-1】下図に示すトラスの載荷点 C の鉛直変位 v_C と水平変位 u_C を求めよ。ただし、各部材の引張剛性 EA は一定とする。



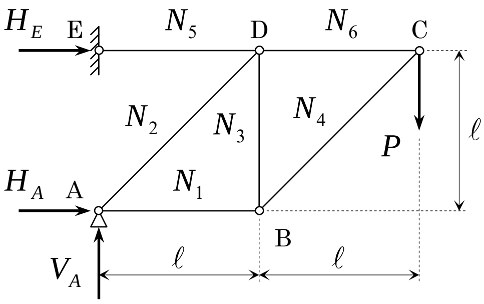
【問題 UL-T-2】下図に示すトラスの D 点，E 点の鉛直変位 v_D，v_E を求めよ。ただし、各部材の引張剛性 EA は一定とする。



【問題 UL-T-3】下図に示す静定ワーレントラスの C 点の鉛直変位 v_C を〝**単位荷重法**〟を用いて求めよ。ただし、各部材の引張剛性 EA は、一定とする。

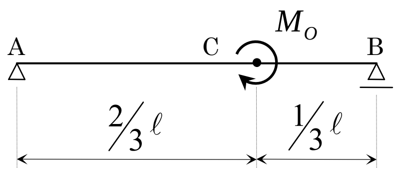


【問題 UL-T-4】下図に示す静定トラスの C 点の鉛直変位 v_C を〝**単位荷重法**〟を用いて求めよ。

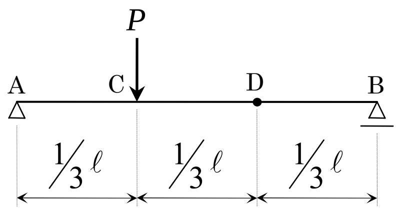


引張剛性 $EA=const.$

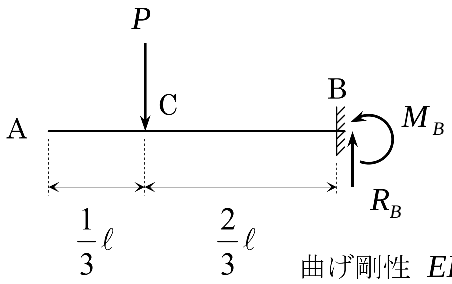
【問題 UL-SB-1】下図のような単純ばりの C 点に集中モーメント荷重 M_O が作用するとき、C 点のたわみ y_C およびたわみ角 θ_C を〝**単位荷重法**〟を用いて求めよ。ただし、はりの曲げ剛性 EI は一定とする。



【問題 UL-SB-2】下図に示す単純ばりの C 点に集中荷重 P が載荷されるとき、D 点の鉛直方向変位 v_D を〝**単位荷重法**〟を用いて求めよ。ただし、はりの曲げ剛性は、EI で一定とする。

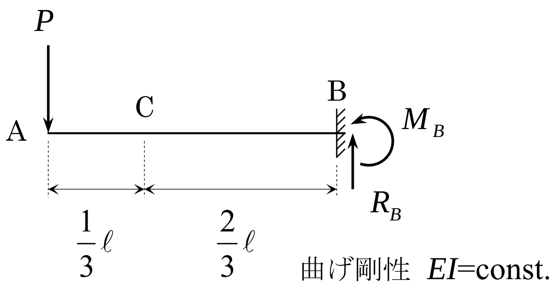


【問題 UL-CL-1】下図に示す片持ばりの A 点の鉛直変位 v_A を〝**単位荷重法**〟を用いて求めよ。

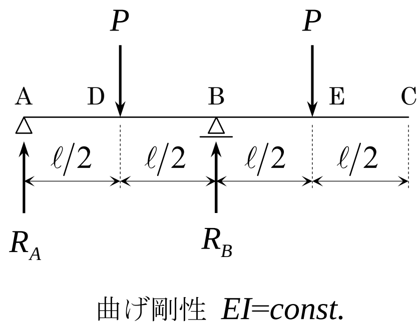


曲げ剛性 EI=const.

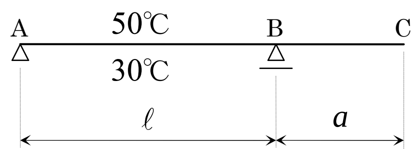
【問題 UL-CL-2】下図に示す片持ばりの C 点の鉛直変位 v_C を〝**単位荷重法**〟と〝**カステリアーノの第2定理**〟を用いて求めよ。



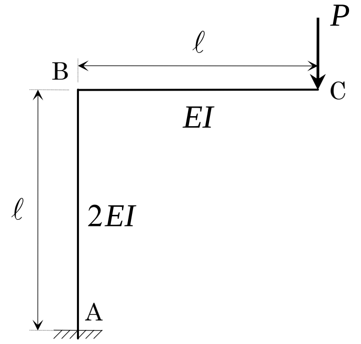
【問題 UL-OB-1】下図に示す張出ばりの C 点の鉛直変位 v_C を〝**単位荷重法**〟を用いて求めよ。



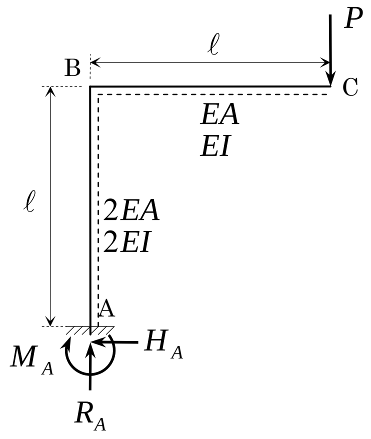
【問題 UL-OB-2】下図に示す張出ばりの上縁の温度が 20℃から 50℃に、下縁の温度が 20℃から 30℃に上昇した。このときの点 C の鉛直たわみ v_C を求めよ。ただし、はりの高さを h, 線膨張係数を α とする。



【問題 UL-R-1】下図に示す静定ラーメンの C 点の鉛直たわみ v_C とたわみ角 θ_C を求めよ。ただし、AB, BC 間の曲げ剛性は、それぞれ $2EI$, EI で一定とし、軸方向力・せん断力の影響は無視する。



【問題 UL-R-2】下図に示す静定ラーメンの C 点の鉛直たわみ v_C とたわみ角 θ_C を〝**単位荷重法**〟を用いて求めよ。ただし、AB 間の引張剛性と曲げ剛性は、$2EA$, $2EI$、BC 間の引張剛性と曲げ剛性は、EA, EI とする。また、せん断力の影響は無視する。



【問題 UL-R-3】下図－A に示す静定ラーメンについて、A 点の鉛直上方への変位 Δ_A を〝**単位荷重法**〟を用いて以下のような手順で求めよ。ただし、曲げ剛性 EI は一定とし、軸方向力・せん断力の影響は無視する。また、曲げモーメントは、点線側が〝引張〟となる曲げモーメントを〝正〟とする。

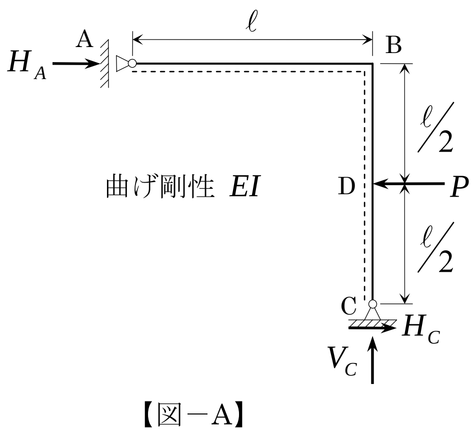
(1) 図－A に示す支点反力 H_A, V_C, H_C を求めよ。

(2) 図－A の曲げモーメント図（M －図）を図示せよ。

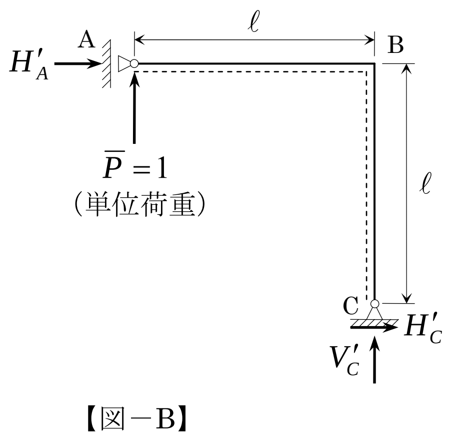
(3) 下図－B に示すように、A 点に単位荷重 $\overline{P}=1$ が作用した場合の支点反力 H'_A, V'_C, H'_C を求めよ。

(4) 図－B の曲げモーメント図（$\overline{M}$ －図）を図示せよ。

(5) 〝**単位荷重法**〟$\left(1\times\Delta_A=\int\frac{M\overline{M}}{EI}dx\right)$ を適用して、A 点の鉛直上方への変位 Δ_A を求めよ。

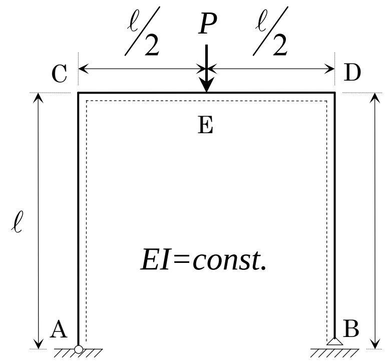


【図－A】

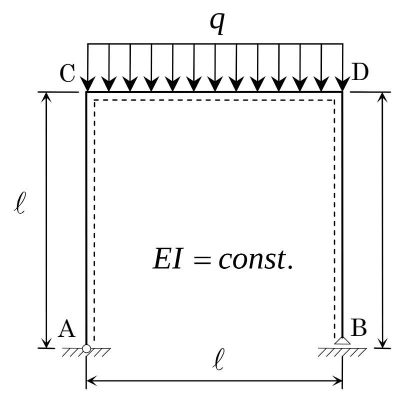


【図－B】

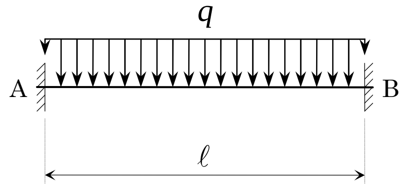
【問題 UL-R-4】下図に示す静定ラーメンの B 点の水平右方向の変位 Δ_B を〝**単位荷重法**〟を用いて求めよ。ただし、曲げ剛性 EI は一定とし、軸方向力・せん断力の影響は無視する。また、曲げモーメントは、点線側が〝引張〟となる曲げモーメントを〝正〟とする。



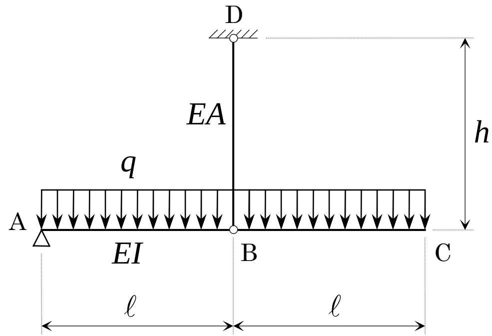
【問題 UL-R-5】下図に示す静定ラーメンの B 点の水平右方向の変位 Δ_B を〝**単位荷重法**〟を用いて求めよ。ただし、曲げ剛性 EI は一定とし、軸方向力・せん断力の影響は無視する。また、曲げモーメントは、点線側が〝引張〟となる曲げモーメントを〝正〟とする。



【問題 CP-B-1】下図のように、等分布荷重 q を受ける両端固定ばり AB のスパン中央点のたわみ v を求めよ。ただし、はりの曲げ剛性 EI は一定とし、せん断力の影響は無視する。



【問題 CP-B-2】下図のように、等分布荷重 q を受ける長さ 2ℓ，曲げ剛性 EI, A 端ヒンジ, C 端自由のはり AC の中点 B を、長さ h, 引張剛性 EA の両端ヒンジの棒 BD で吊った構造において、C 点のたわみ v_C を求めよ。ただし、はり AC については、せん断力の影響は無視してよい。



≪カステリアーノの第１定理≫

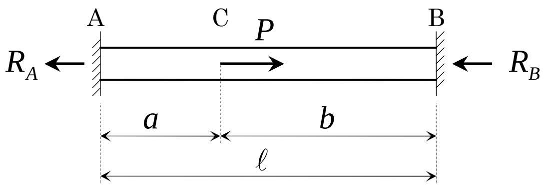
【問題 CA1-1】下図のような長さℓ，ヤング係数Eの真直な棒の両端A, Bを固定し、点Cに軸方向外力Pを作用させるとき、固定端に生じる反力R_A，R_Bを次の２通りの方法で求めよ。ただし、棒の断面積Aは一定とする。

①部分AC, BCの伸びをそれぞれΔ_1，Δ_2として、

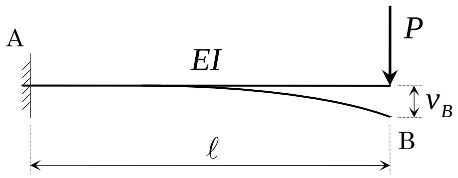
力の釣合条件，フックの法則，変位の適合条件（$\Delta_1 + \Delta_2 = 0$）

から求める方法。

②点Cの右向きの変位を$\varDelta$とし、棒に蓄えられるひずみエネルギーUと〝カステリアーノの第１定理〟より求める方法。

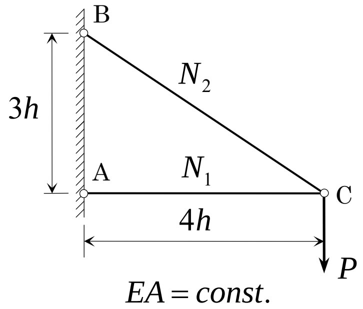


【問題 CA1-2】下図に示すような曲げ剛性EIが一定の片持ばりのB点に鉛直変位v_Bを与えるような外力Pを〝カステリアーノの第１定理〟より求めよ。

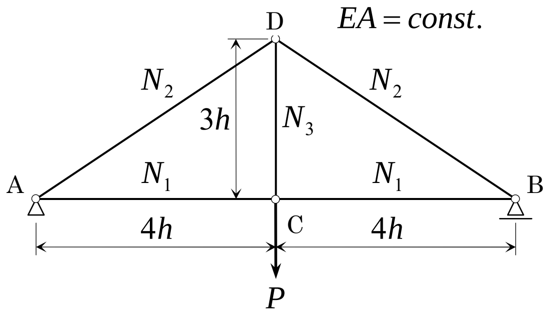


≪カステリアーノの第２定理≫

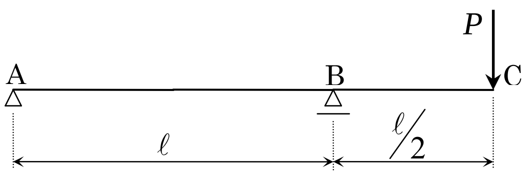
【問題 CA2-1】下図に示すトラスの C 点の鉛直下方向の変位 v_C を〝カステリアーノの第２定理〟を用いて求めよ。ただし、各部材の引張剛性 EA は、一定とする。



【問題 CA2-2】下図に示すトラスの C 点の鉛直下方向変位 v_C を〝カステリアーノの第2定理〟を用いて求めよ。ただし、各部材の引張剛性 EA は、一定とする。

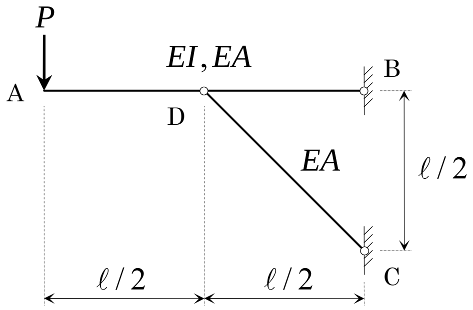


【問題 CA2-3】下図に示す張出ばりの C 点の鉛直下方向変位 v_C を〝カステリアーノの第2定理〟を用いて求めよ。ただし、はりの曲げ剛性は EI で一定とし、せん断力の影響は無視するものとする。



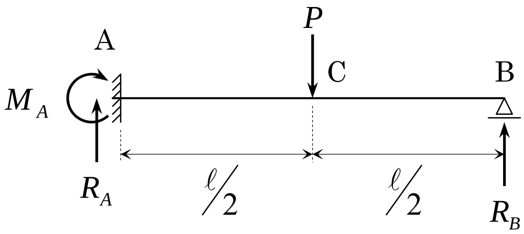
曲げ剛性 EI=const.

【問題 CA2-4】下図に示す部材 AB と部材 CD で構成される構造物の A 点の鉛直方向変位 v_A を〝**カステリアーノの第2定理**〟を用いて求めよ。ただし、部材 AB は、曲げ剛性 EI・引張剛性 EA の曲げ部材であり、部材 CD は、引張剛性 EA のトラス部材である。また、せん断力の影響はないものとする。



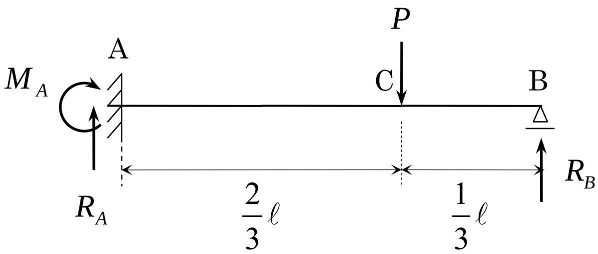
≪最小仕事の原理≫

【問題 LW-B-1】下図に示すような曲げ剛性 EI が一定で、集中荷重 P が作用する１次不静定ばりの B 点の支点反力 R_B を〝最小仕事の原理〟を用いて求めよ。なお、せん断力の影響は無視する。



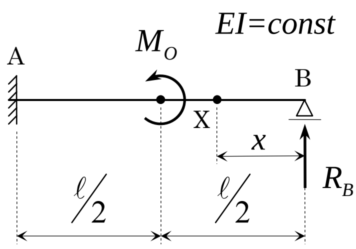
曲げ剛性 EI=const.

【問題 LW-B-2】下図に示すような曲げ剛性 EI が一定で、集中荷重 P が作用する１次不静定ばりの B 点の支点反力 R_B を〝最小仕事の原理〟を用いて求めよ。さらに、A 点の支点反力 R_A と支点曲げモーメント M_A を求めよ。なお、せん断力の影響は無視する。

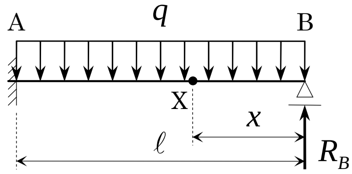


曲げ剛性 EI=const.

【問題 LW-B-3】下図に示すような曲げ剛性 EI が一定で、集中モーメント M_O が作用する１次不静定ばりの B 点の支点反力 R_B を〝最小仕事の原理〟を用いて求めよ。なお、せん断力の影響は無視する。

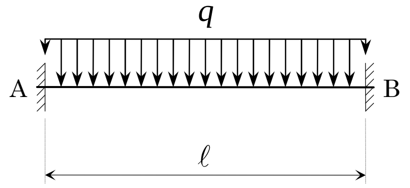


【問題 LW-B-4】下図に示すような曲げ剛性 EI が一定で、等分布荷重 q が作用する１次不静定ばりの B 点の支点反力 R_B を〝最小仕事の原理〟を用いて求めよ。なお、せん断力の影響は無視する。

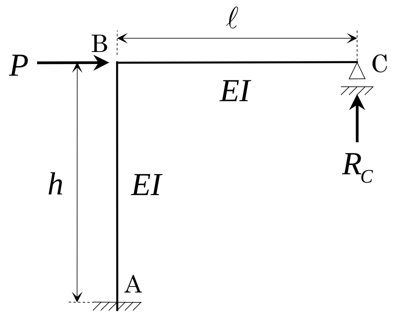


$EI = const.$

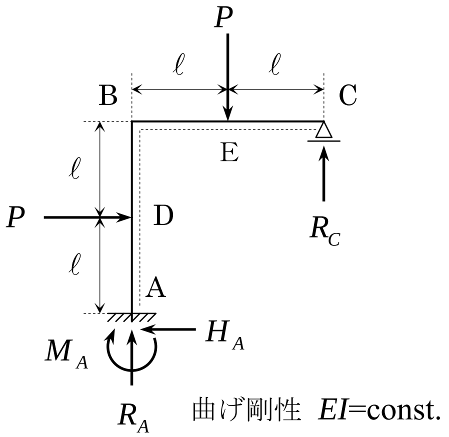
【問題 LW-B-5】下図のように、等分布荷重 q を受ける両端固定ばり AB のスパン中央点のたわみ v を求めよ。ただし、はりの曲げ剛性 EI は一定とし、せん断力の影響は無視する。



【問題 LW-R-1】下図に示す 1 次不静定ラーメンの支点 C の支点反力 R_C を〝**最小仕事の原理**〟を用いて求めよ。ただし、各部材の曲げ剛性は、EI で一定とし、せん断力の影響は無視する。

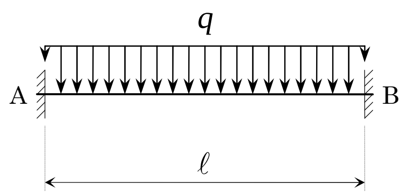


【問題 LW-R-2】下図に示す 1 次不静定ラーメンの支点 C の支点反力 R_C を〝**最小仕事の原理**〟を用いて求めよ。ただし、各部材の曲げ剛性は、EI で一定とし、せん断力の影響は無視する。



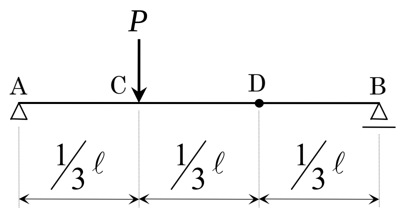
≪複合問題≫

【問題 CP-1】下図のように、等分布荷重 q を受ける両端固定ばり AB のスパン中央点のたわみ v を求めよ。ただし、はりの曲げ剛性 EI は一定とし、せん断力の影響は無視する。

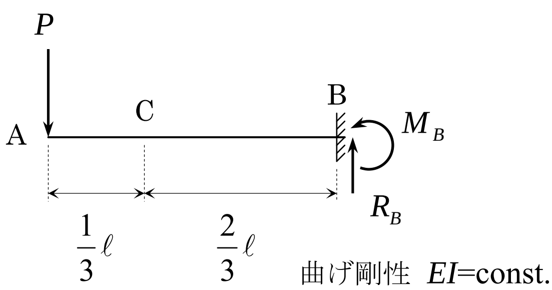


【問題 CP-2】下図に示す単純ばりの C 点に集中荷重 P が載荷されるとき、D 点の鉛直方向変位 v_D を次の２通りの方法で求めよ。ただし、はりの曲げ剛性は、EI で一定とし、せん断力の影響は無視する。

(1) 〝単位荷重法〟
(2) 〝カステリアーノの第2定理〟



【問題 CP-3】下図に示す片持ばりの C 点の鉛直変位 v_C を〝単位荷重法〟と〝カステリアーノの第2定理〟を用いて求めよ。ただし、はりの曲げ剛性は、EI で一定とし、せん断力の影響は無視する。

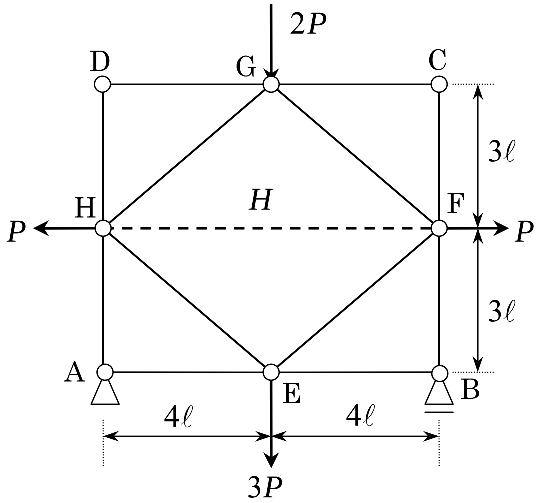


【問題 CP-4】下図に示す静定トラスについて、次の設問に答えよ。

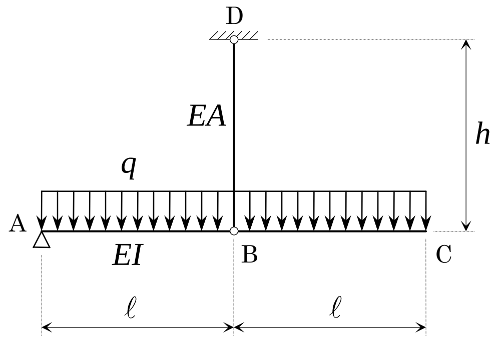
(1) 破線で表される部材の部材力 H を〝**仮想変位の原理**〟を用いて求めよ。

(2) E 点の鉛直方向の変位 v_E を〝**単位荷重法**〟を用いて求めよ。

なお、全ての部材の引張剛性は、EA とする。

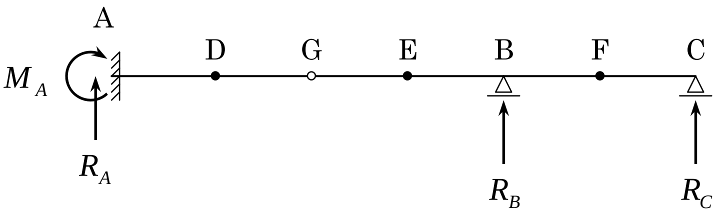


【問題 CP-5】下図のように、等分布荷重 q を受ける長さ 2ℓ，曲げ剛性 EI, A 端ヒンジ, C 端自由のはり AC の中点 B を、長さ h, 引張剛性 EA の両端ヒンジの棒 BD で吊った構造において、C 点のたわみ v_C を求めよ。ただし、はり AC については、せん断力の影響は無視してよい。



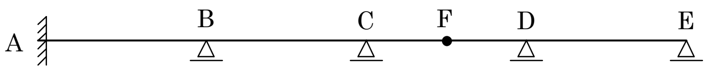
≪ミューラー・ブレスラウの定理≫

【問題 MB-1】〝ミューラー・ブレスラウ(Müller-Breslau)の定理〟を用いて、
下図に示す１次不静定ゲルバーばりの支点反力R_A, M_A, R_B, R_C・曲げモーメントM_D, M_E, M_F・せん断力Q_D, Q_E, Q_Fの影響線の概略形を図示せよ。ただし、図中には、正負の符号を必ず明記すること。

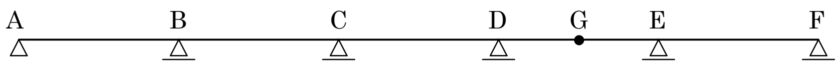


曲げ剛性　EI=const.

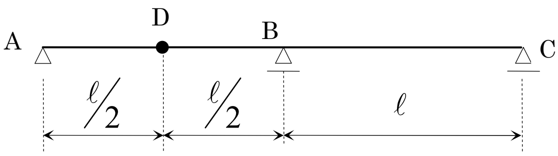
【問題 MB-2】〝ミューラー・ブレスラウ(Müller-Breslau)の定理〟を用いて、
下図に示す不静定ばりのF点のたわみv_F，せん断力Q_F，曲げモーメントM_Fと支点反力R_A，R_Bの影響線の概略を図示せよ。ただし、図中には、正負の符号を必ず明記すること。



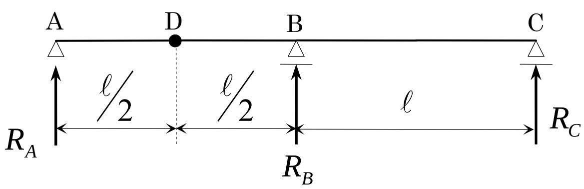
【問題 MB-3】〝ミューラー・ブレスラウ(Müller-Breslau)の定理〟を用いて、
下図に示す不静定ばりのG点のたわみv_G，せん断力Q_G，曲げモーメントM_Gと支点反力R_A，R_Bの影響線の概略を図示せよ。ただし、図中には、正負の符号を必ず明記すること。



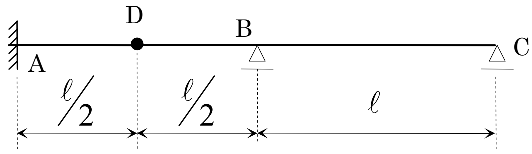
【問題 MB-4】〝ミューラー・ブレスラウ(Müller-Breslau)の定理〟を用いて、
下図に示す１次不静定ばりのD点のたわみv，せん断力Q，曲げモーメントMの影響線の概略を図示せよ。ただし、図中には、正負の符号を必ず明記すること。



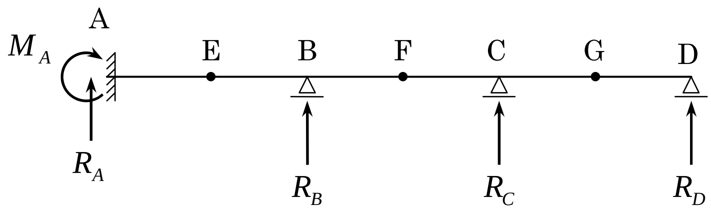
【問題 MB-5】〝ミューラー・ブレスラウ(Müller-Breslau)の定理〟を用いて、
下図に示す１次不静定ばりの支点反力R_A，R_B，R_Cと D 点のたわみvの影響線の概略を図示せよ。ただし、図中には、正負の符号を必ず明記すること。



【問題 MB-6】〝ミューラー・ブレスラウ(Müller-Breslau)の定理〟を用いて、
下図に示す２次不静定ばりの D 点のたわみ v，せん断力 Q，曲げモーメント M の影響線の概略を図示せよ。ただし、図中には、正負の符号を必ず明記すること。

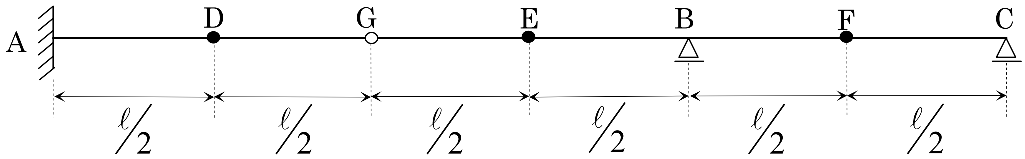


【問題 MB-7】〝ミューラー・ブレスラウ(Müller-Breslau)の定理〟を用いて、
下図に示す３次不静定ばりの支点反力 R_A, M_A, R_B, R_C, R_D ・曲げモーメント M_E, M_F, M_G ・せん断力 Q_E, Q_F, Q_G の影響線の概略形を図示せよ。ただし、図中には、正負の符号を必ず明記すること。



曲げ剛性 EI=const.

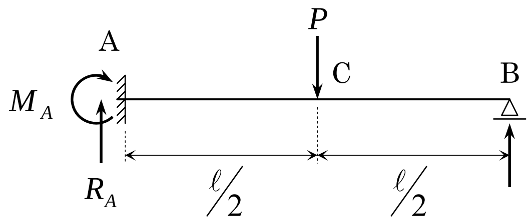
【問題 MB-8】下図に示す曲げ剛性 EI が一定な１次不静定ゲルバーばりの G 点のせん断力 Q_G の〝影響線〟を求めよ。さらに、支点反力 R_A, R_B, R_C, M_A ・曲げモーメント M_D, M_E, M_F, M_B ・せん断力 Q_D, Q_E, Q_F の〝影響線〟を図示せよ。ただし、図中には、正負の符号を必ず明記すること。



5_応力法（不静定骨組構造物の解析）

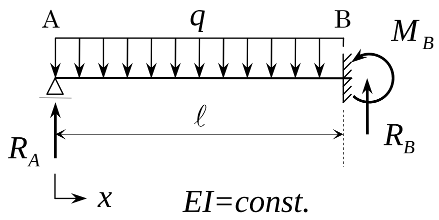
≪応力法（余力法）≫（全体系解析法）

【問題 SM-1】下図に示す 1 次不静定片持ばりの A 点の支点曲げモーメント M_A を〝**応力法(余力法)**〟を用いて求めよ。

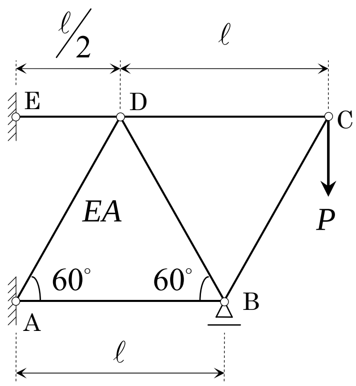


曲げ剛性 EI=const.

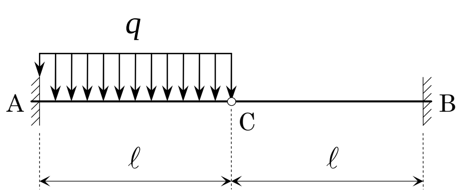
【問題 SM-2】〝**応力法(余力法)**〟を用いて、下図に示すような 1 次不静定片持ばりの B 点の支点曲げモーメント M_B を求めよ。ただし、曲げ剛性 EI は一定とし、せん断力の影響は無視する。



【問題 SM-3】下図に示す不静定トラスの部材力を求めよ。ただし、すべての部材の引張剛性 EA は等しいものとする。



【問題 SM-4】下図に示す 1 次不静定ばりの曲げモーメント図（M−図），せん断力図（Q−図）を求めよ。ただし、はりの曲げ剛性 EI は一定とする。また、不静定力としては、点 C のせん断力を用いるものとする。



【問題 SM-5】下図に示す曲げ剛性が EI で一定の不静定ばりについて、次の設問に答えよ。

(1) 支点反力 R_B を不静定力と考えて、添付した〝**変形の公式**〟を用いて、これを求めよ。

(2) 支点反力 R_A， R_C を求めよ。

(3) 断面力図（せん断力図，曲げモーメント図）を図示せよ。

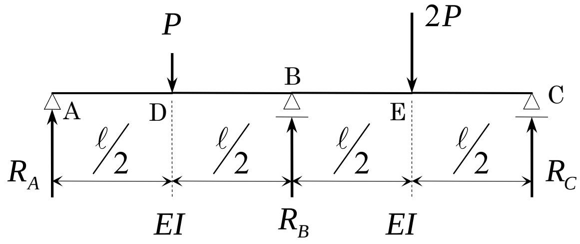
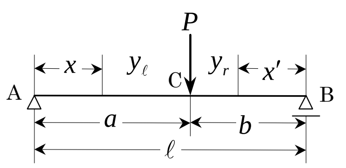
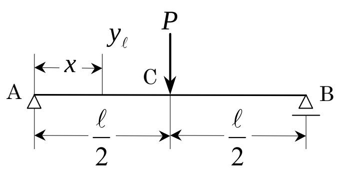


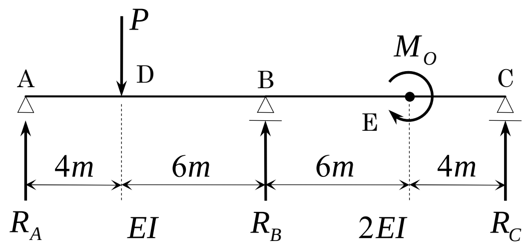
表-8.1(a)　各種はりのたわみおよびたわみ角

	荷重状態	たわみ曲線	特定点のたわみ
単純ばり①		$y_\ell = \dfrac{Pa^2b^2}{6EI\ell}\left(2\dfrac{x}{a}+\dfrac{x}{b}-\dfrac{x^3}{a^2b}\right)$ $y_r = \dfrac{Pa^2b^2}{6EI\ell}\left(2\dfrac{x'}{b}+\dfrac{x'}{a}-\dfrac{x'^3}{ab^2}\right)$	$y_C = \dfrac{Pa^2b^2}{3EI\ell}$
単純ばり②		$y_\ell = \dfrac{P\ell^3}{16EI}\left(\dfrac{x}{\ell}-\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{x^3}{\ell^3}\right)\quad 0 \leqq x \leqq \dfrac{\ell}{2}$	$y_{\max} = y_C = \dfrac{P\ell^3}{48EI}$

≪３連モーメントの定理≫

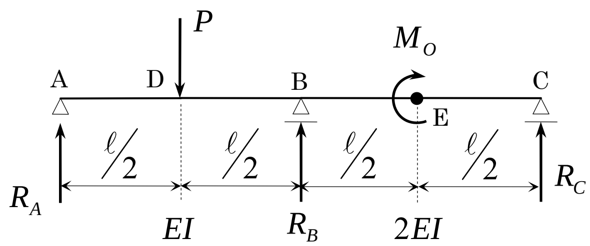
【問題 3M-1】下図に示す１次不静定ばりについて、次の設問に答えよ。
なお、A～B，B～C 間の曲げ剛性は、それぞれ EI，$2EI$ とする。また、支点沈下はないものとする。

(1) “3連モーメントの定理” を用いて、B 点の支点曲げモーメント M_B を求めよ。
(2) 支点反力 R_A， R_B， R_C を求めよ。
(3) 曲げモーメント図（M－図）とせん断力図（Q－図）を図示せよ。



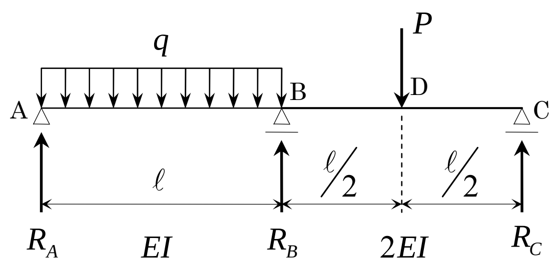
【問題 3M-2】下図に示す１次不静定ばりについて、次の設問に答えよ。
なお、A～B，B～C 間の曲げ剛性は、それぞれ EI，$2EI$ とする。また、支点沈下はないものとする。

(1) “3連モーメントの定理” を用いて、B 点の支点曲げモーメント M_B を求めよ。
(2) 支点反力 R_A， R_B， R_C を求めよ。
(3) 支点反力 $R_B=0$ となる M_O を求め、そのときの支点反力 R_A， R_C を求めよ。
(4) (3)の状態での曲げモーメント図（M－図）とせん断力図（Q－図）を図示せよ。



【問題 3M-3】下図に示す１次不静定ばりについて、次の設問に答えよ。
なお、A～B，B～C 間の曲げ剛性は、それぞれ EI，$2EI$ とする。また、支点沈下はないものとする。

(1) “3連モーメントの定理” を用いて、B 点の支点曲げモーメント M_B を求めよ。
(2) 支点反力 R_A， R_B， R_C を求めよ。
(3) 曲げモーメント図（M－図）とせん断力図（Q－図）を図示せよ。

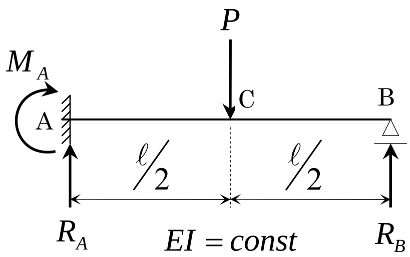


【問題 3M-4】下図に示す１次不静定ばりについて、次の設問に答えよ。
ただし、曲げ剛性は、EI とする。また、支点沈下はないものとする。

(1) 〝3連モーメントの定理〟を用いて、A 点の支点曲げモーメント M_A を求めよ。

(2) 支点反力 R_A， R_B を求めよ。

(3) 曲げモーメント図（M－図）とせん断力図（Q－図）を図示せよ。

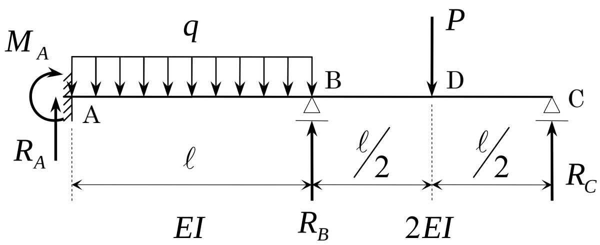


【問題 3M-5】下図に示す２次不静定ばりについて、次の設問に答えよ。
なお、A～B, B～C 間の曲げ剛性は、それぞれ EI , $2EI$ とする。また、支点沈下はないものとする。

(1) 〝3連モーメントの定理〟を用いて、A 点と B 点の支点曲げモーメント M_A， M_B を求めよ。

(2) 支点反力 R_A， R_B， R_C を求めよ。

(3) 曲げモーメント図（M－図）とせん断力図（Q－図）を図示せよ。

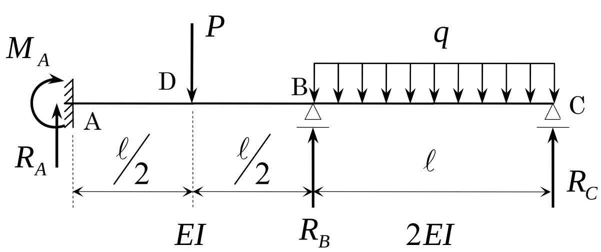


【問題 3M-6】下図に示す２次不静定ばりについて、次の設問に答えよ。
なお、A～B, B～C 間の曲げ剛性は、それぞれ EI , $2EI$ とする。また、支点沈下はないものとする。

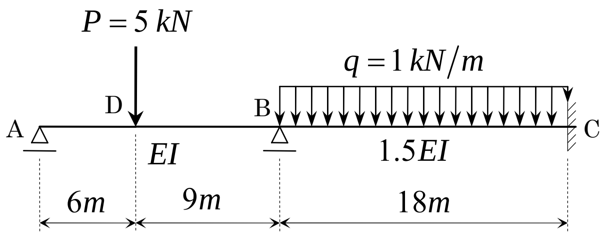
(1) 〝3連モーメントの定理〟を用いて、A 点と B 点の支点曲げモーメント M_A， M_B を求めよ。

(2) 支点反力 R_A， R_B， R_C を求めよ。

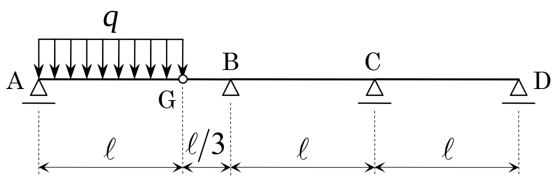
(3) 曲げモーメント図（M－図）とせん断力図（Q－図）を図示せよ。



【問題 3M-7】下図に示す２スパン連続ばりを〝**3連モーメントの定理**〟によって解き、曲げモーメント図（M－図）とせん断力図（Q－図）を図示せよ。ただし、はりの曲げ剛性は、A～B 間 EI，B～C 間 $1.5EI$ である。また、支点沈下はないものとする。



【問題 3M-8】下図に示す中間ヒンジをもつ不静定ばりを〝**3連モーメントの定理**〟を用いて解き、支点曲げモーメント M_B， M_C を求めよ。ただし、はりの曲げ剛性は EI で一定とする。また、支点沈下はないものとする。

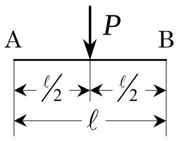
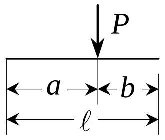
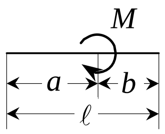
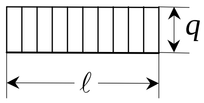
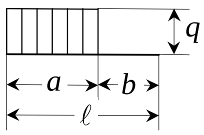
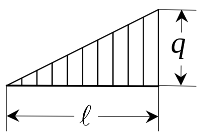
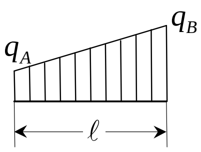
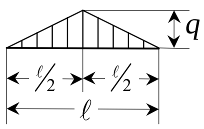
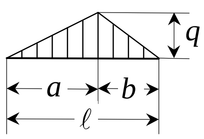
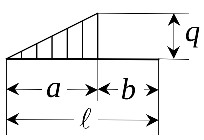
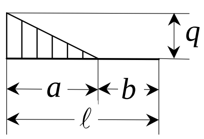


〝**3連モーメントの定理**〟は、次のような式で表される。

$$\frac{\ell_n}{I_n}M_{n-1}+2\cdot\left(\frac{\ell_n}{I_n}+\frac{\ell_{n+1}}{I_{n+1}}\right)\cdot M_n+\frac{\ell_{n+1}}{I_{n+1}}M_{n+1}=-6\cdot\left(\frac{\overline{A}_0}{I_n}+\frac{\overline{B}_0}{I_{n+1}}\right)+6E\cdot\left(R_n-R_{n+1}\right)$$

ここに、R_n， R_{n+1} ：部材回転角、$\overline{A}_0$， $\overline{B}_0$ ：荷重項（次表参照）である。

表-1　〝3連モーメントの定理〟における荷重項

荷　重　状　態	$\overline{A}_0$	$\overline{B}_0$
	$\frac{1}{16}P\ell^2$	$\frac{1}{16}P\ell^2$
	$\frac{P\ell^2}{6}\cdot\left(\frac{b}{\ell}-\frac{b^3}{\ell^3}\right)=\frac{Pab(\ell+b)}{6\ell}$	$\frac{P\ell^2}{6}\cdot\left(\frac{a}{\ell}-\frac{a^3}{\ell^3}\right)=\frac{Pab(\ell+a)}{6\ell}$
	$-M\cdot\frac{\ell}{6}\cdot\left(1-3\frac{b^2}{\ell^2}\right)=-\frac{M(\ell^2-3b^2)}{6\ell}$	$M\cdot\frac{\ell}{6}\cdot\left(1-3\frac{a^2}{\ell^2}\right)=\frac{M(\ell^2-3a^2)}{6\ell}$
	$\frac{1}{24}q\ell^3$	$\frac{1}{24}q\ell^3$
	$\frac{q\ell^3}{24}\cdot\frac{a^2}{\ell^2}\cdot\left(2-\frac{a}{\ell}\right)^2$	$\frac{q\ell^3}{24}\cdot\frac{a^2}{\ell^2}\cdot\left(2-\frac{a^2}{\ell^2}\right)$
	$\frac{7}{360}q\ell^3$	$\frac{1}{45}q\ell^3$
	$\left(8q_A+7q_B\right)\cdot\frac{\ell^3}{360}$	$\left(7q_A+8q_B\right)\cdot\frac{\ell^3}{360}$
	$\frac{5}{192}q\ell^3$	$\frac{5}{192}q\ell^3$
	$\frac{q\ell^3}{360}\cdot\left(1+\frac{b}{\ell}\right)\cdot\left(7-3\frac{b^2}{\ell^2}\right)$	$\frac{q\ell^3}{360}\cdot\left(1+\frac{a}{\ell}\right)\cdot\left(7-3\frac{a^2}{\ell^2}\right)$
	$\frac{q\ell^3}{360}\cdot\frac{a^2}{\ell^2}\cdot\left(40-45\frac{a}{\ell}+12\frac{a^2}{\ell^2}\right)$	$\frac{q\ell^3}{90}\cdot\frac{a^2}{\ell^2}\cdot\left(5-3\frac{a^2}{\ell^2}\right)$
	$\frac{q\ell^3}{360}\cdot\frac{a^2}{\ell^2}\cdot\left(20-15\frac{a}{\ell}+3\frac{a^2}{\ell^2}\right)$	$\frac{q\ell^3}{360}\cdot\frac{a^2}{\ell^2}\cdot\left(10-3\frac{a^2}{\ell^2}\right)$

※小松定夫：〝構造解析学Ⅱ〟（第３版），pp.188（表 13-1）に準拠，丸善，1989