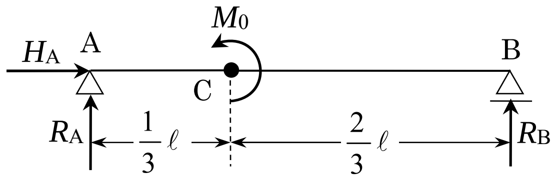
構造力学演習Ⅱ（2017-№.３） 2017/09/19

【問題 1】下図に示すような単純ばり AB の C 点に集中曲げモーメント M_0 が作用するとき、
断面力図（せん断力 Q 図，曲げモーメント M 図）を図示せよ。



【解答】

支点反力 H_A， R_A， R_B を、次の３つの剛体の釣合条件より求める。

水平方向の力の釣合から、 $H_A = 0$

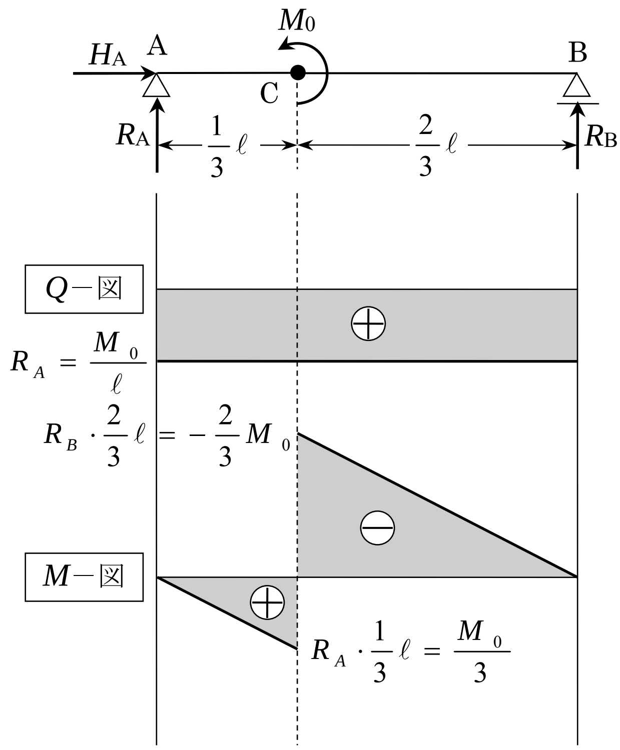
鉛直方向の力の釣合から、 $R_A + R_B = 0$

A 点回りのモーメントの釣合から、 $M_0 + R_B \cdot \ell = 0$

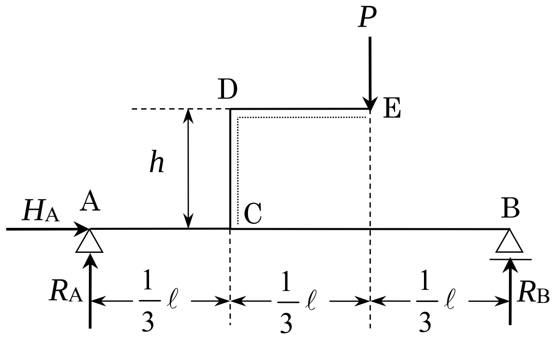
または、B 点回りのモーメントの釣合から、 $M_0 = R_A \cdot \ell$

これらから、支点反力は、 $H_A = 0$， $R_A = \dfrac{M_0}{\ell}$， $R_B = -\dfrac{M_0}{\ell}$ となる。

断面力図、即ち、せん断力図（Q－図），曲げモーメント図（M－図）を描くと、以下のようになる。



【問題 2】下図に示すようなラーメン CDE が付加された単純ばり AB の E 点に集中荷重 P が作用するとき、断面力図（軸力 N 図，せん断力 Q 図，曲げモーメント M 図）を図示せよ。



【解答】

支点反力 H_A， R_A， R_B を、次の３つの剛体の釣合条件より求める。

水平方向の力の釣合から、　$H_A = 0$

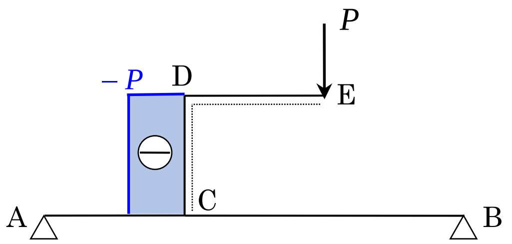
鉛直方向の力の釣合から、　$R_A + R_B = P$

A 点回りのモーメントの釣合から、　$P \cdot \frac{2}{3}\ell = R_B \cdot \ell$

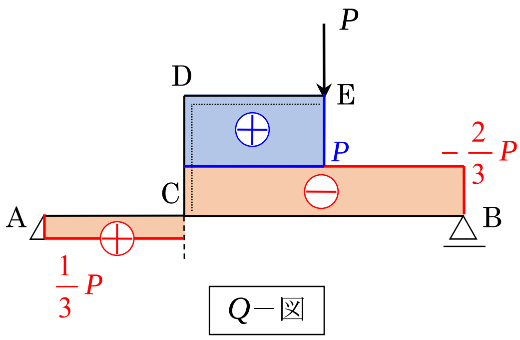
または、B 点回りのモーメントの釣合から、　$P \cdot \frac{1}{3}\ell = R_A \cdot \ell$

これらから、支点反力は、 $H_A = 0$， $R_A = \frac{1}{3}P$， $R_B = \frac{2}{3}P$ となる。

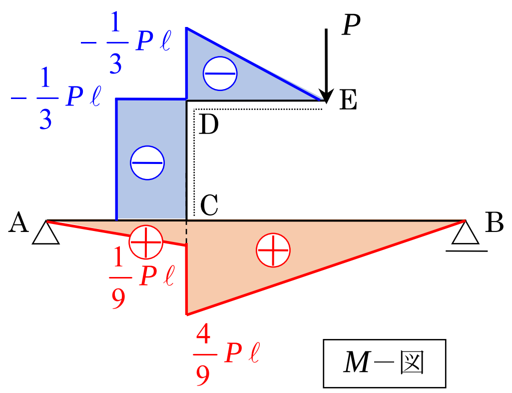
断面力図、即ち、軸力図（N－図），せん断力図（Q－図），曲げモーメント図（M－図）を描くと、以下のようになる。



N－図

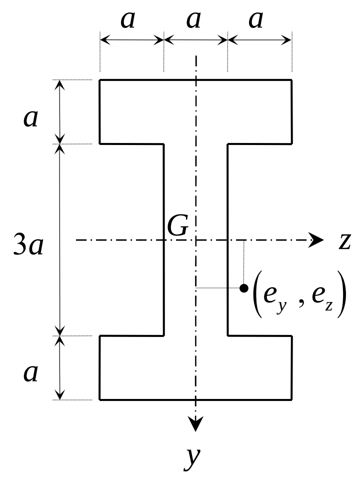


Q－図



M－図

【問題 CM-CS-1a】下図に示す“Ｉ型断面”の〝断面の核〟を求め、図示せよ。



【解答】

図に示すように、重心 G を通る y, z 軸は主軸となるから、y, z 軸に関する断面２次モーメント I_y, I_z は、次のようになる。

$$I_y = \frac{3a \cdot a^3}{12} + \frac{a \cdot (3a)^3}{12} \times 2 = \left(\frac{1}{4} + \frac{9}{2}\right) \cdot a^4 = \frac{19}{4} a^4$$

$$I_z = \frac{a \cdot (3a)^3}{12} + 2 \cdot 3a \cdot a \cdot \left(\frac{3}{2}a + \frac{1}{2}a\right)^2 + \frac{3a \cdot a^3}{12} \times 2$$

$$= \frac{9}{4}a^4 + 6 \cdot 4a^4 + \frac{1}{2}a^4 = (\frac{9}{4} + 24 + \frac{1}{2}) \cdot a^4 = \frac{9 + 96 + 2}{4}a^4 = \frac{107}{4}a^4$$

《別解》

$$I_z = \frac{3a \cdot (5a)^3}{12} - \frac{2a \cdot (3a)^3}{12} = \frac{125}{4}a^4 - \frac{9}{2}a^4 = \frac{125 - 18}{4}a^4 = \frac{107}{4}a^4$$

また、断面積 A は、$A = 3a^2 \times 2 + 3a^2 = 9a^2$ だから、y, z 軸に関する回転半径をそれぞれ r_y, r_z とすると、

$$r_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{\frac{19}{4}a^4}{9a^2} = \frac{19}{36}a^2 \qquad r_z^2 = \frac{I_z}{A} = \frac{\frac{107}{4}a^4}{9a^2} = \frac{107}{36}a^2$$

ここで、載荷荷重の偏心位置を (e_y, e_z) とすると、中立軸は、$1 + \frac{e_y}{r_z^2}y + \frac{e_z}{r_y^2}z = 0$ と表され、中立軸が y, z 軸と交わる点すなわち切片 n_y, n_z は、次のようになる。

$$n_y = -\frac{r_z^2}{e_y}, \quad n_z = -\frac{r_y^2}{e_z} \qquad 逆に、\quad e_y = -\frac{r_z^2}{n_y}, \quad e_z = -\frac{r_y^2}{n_z}$$

よって、〝断面の核〟の端の位置を決めるためには、中立軸が次の２通り（４通り）の限界位置にある場合について、載荷荷重の偏心位置を (e_y, e_z) を求めればよい。

(1)中立軸が $y = \pm\frac{5}{2}a$ となるとき、切片は、$n_y = \pm\frac{5}{2}a$, $n_z = \pm\infty$ となるから、

$$e_y = -\frac{r_z^2}{n_y} = -\frac{\frac{107}{36}a^2}{\pm\frac{5}{2}a} = \mp\frac{107}{36}\cdot\frac{2}{5} = \mp\frac{107}{90}a$$

$$e_z = -\frac{r_y^2}{n_z} = -\frac{\frac{19}{36}a^2}{\pm\infty} = 0$$

$$\therefore \left(e_y\ , e_z\right) = \left(\mp\frac{107}{90}a\ , 0\right)$$

⑵中立軸が $z = \pm\frac{3}{2}a$ となるとき、切片は、$n_y = \pm\infty$，$n_z = \pm\frac{3}{2}a$ となるから、

$$e_y = -\frac{r_z^2}{n_y} = -\frac{\frac{107}{36}a^2}{\pm\infty} = 0$$

$$e_z = -\frac{r_y^2}{n_z} = -\frac{\frac{19}{36}a^2}{\pm\frac{3}{2}a} = \mp\frac{19}{36}\cdot\frac{2}{3}a = \mp\frac{19}{54}a$$

$$\therefore \left(e_y\ , e_z\right) = \left(0\ , \mp\frac{19}{54}a\right)$$

以上をまとめて、〝断面の核〟を斜線で図示すると下図のようになる。