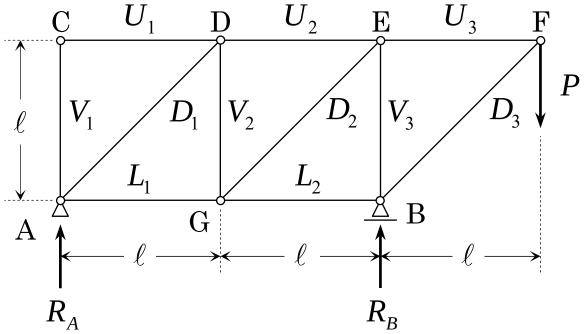
構造力学演習Ⅱ（2017-№.4） 2017/10/03

【問題 CM-BT-6】下図に示す曲げ剛性 EI が一定の静定トラスについて、以下の設問に答えよ。

⑴ 部材力 U_1, U_2, U_3, L_1, L_2, V_1, V_2, V_3, D_1, D_2, D_3 を求めよ。

⑵ 荷重 P を漸次増加させるとき、最初に座屈が発生する部材はどの部材か。また、そのときの荷重 P の大きさ P_E を求めよ。



【解答】

⑴まず、支点反力 R_A, R_B を求めると、次のようになる。

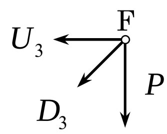
鉛直方向の力の釣合から、 $R_A + R_B = P$

B 点回りのモーメントの釣合から、 $R_A \cdot 2\ell + P\ell = 0$ $\quad \therefore\ R_A = -\dfrac{1}{2}P$

A 点回りのモーメントの釣合から、 $R_B \cdot 2\ell = P \cdot 3\ell$ $\quad \therefore\ R_B = \dfrac{3}{2}P$

各部材力は、〝節点法〟を用いて、鉛直方向と水平方向の力の釣合から、以下のように求める。

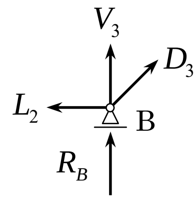
1) F 点について、



（鉛直） $D_3 \sin 45° + P = \dfrac{D_3}{\sqrt{2}} + P = 0$ $\quad \therefore D_3 = -\sqrt{2}P$

（水平） $U_3 + D_3 \cos 45° = U_3 + \dfrac{D_3}{\sqrt{2}} = 0$ $\quad \therefore U_3 = -\dfrac{D_3}{\sqrt{2}} = P$

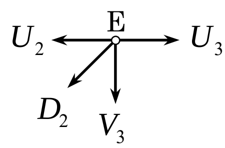
2) B 点について、



（鉛直） $V_3 + D_3 \sin 45° + R_B = V_3 + \dfrac{D_3}{\sqrt{2}} + \dfrac{3}{2}P = 0$ $\quad \therefore V_3 = P - \dfrac{3}{2}P = -\dfrac{P}{2}$

（水平） $L_2 = D_3 \cos 45° = \dfrac{D_3}{\sqrt{2}} = -P$

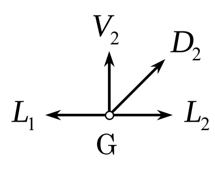
3) E 点について、



（鉛直） $V_3 + D_2 \sin 45° = V_3 + \dfrac{D_2}{\sqrt{2}} = 0$ $\quad \therefore D_2 = -\sqrt{2}V_3 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}P$

（水平） $U_2 + D_2 \cos 45° = U_2 + \dfrac{D_2}{\sqrt{2}} = U_3$ $\quad \therefore U_2 = U_3 - \dfrac{D_2}{\sqrt{2}} = P - \dfrac{P}{2} = \dfrac{P}{2}$

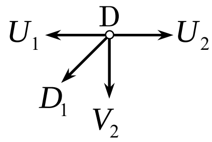
4) G 点について、



（鉛直） $V_2 + D_2 \sin 45° = V_2 + \dfrac{D_2}{\sqrt{2}} = 0$ $\quad \therefore V_2 = -\dfrac{D_2}{\sqrt{2}} = -\dfrac{P}{2}$

（水平） $L_1 = L_2 + D_2 \cos 45° = -P + \dfrac{D_2}{\sqrt{2}} = -P + \dfrac{P}{2} = -\dfrac{P}{2}$

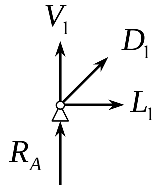
5) D 点について、



（鉛直）$V_2+D_1\sin45°=V_2+\dfrac{D_1}{\sqrt{2}}=0 \qquad \therefore D_1=-\sqrt{2}V_2=\dfrac{\sqrt{2}}{2}P$

（水平）$U_1+D_1\cos45°=U_1+\dfrac{D_1}{\sqrt{2}}=U_2 \qquad \therefore U_1=U_2-\dfrac{D_1}{\sqrt{2}}=\dfrac{P}{2}-\dfrac{P}{2}=0$

6) A 点について、



（鉛直）$V_1+D_1\sin45°+R_A=V_1+\dfrac{D_1}{\sqrt{2}}-\dfrac{P}{2}=0 \therefore V_1=-\dfrac{D_1}{\sqrt{2}}+\dfrac{P}{2}=-\dfrac{P}{2}+\dfrac{P}{2}=0$

（水平）$L_1+D_1\cos45°=L_1+\dfrac{D_1}{\sqrt{2}}=-\dfrac{P}{2}+\dfrac{P}{2}=0$ （Check）

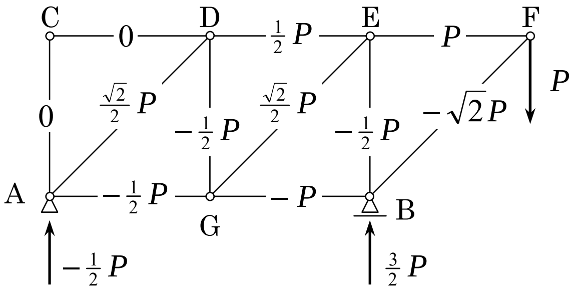
以上をまとめると、

$\boxed{U_1=0}$ $\boxed{U_2=\dfrac{P}{2}}$ $\boxed{U_3=P}$

$\boxed{L_1=-\dfrac{P}{2}}$ $\boxed{L_2=-P}$

$\boxed{V_1=0}$ $\boxed{V_2=-\dfrac{P}{2}}$ $\boxed{V_3=-\dfrac{P}{2}}$

$\boxed{D_1=\dfrac{\sqrt{2}}{2}P}$ $\boxed{D_2=\dfrac{\sqrt{2}}{2}P}$ $\boxed{D_3=-\sqrt{2}P}$



となり、これを図示すると右図のようになる。

(2)荷重 P を漸次増加させるとき、最初に座屈が発生する部材は、部材長が同じ場合は最大の圧縮力が作用する部材である。また、部材の支持条件は、すべて両端回転支持である。
(1)で求めた部材力から、部材長が ℓ の場合は L_2，部材長が $\sqrt{2}\ell$ の場合は D_3 が候補として挙げられる。それぞれについて、座屈発生時の荷重 P_E を求めると、次のようになる。

L_2 の場合は、$P_E=\dfrac{\pi^2EI}{\ell^2}$

D_3 の場合は、$\sqrt{2}P_E=\dfrac{\pi^2EI}{\left(\sqrt{2}\ell\right)^2}=\dfrac{\pi^2EI}{2\ell^2} \qquad \therefore \quad P_E=\dfrac{\pi^2EI}{2\sqrt{2}\ell^2}$

したがって、D_3 の場合の方が、L_2 の場合より座屈荷重が小さくなることがわかる。
よって、最初に座屈が発生する部材は、$\boxed{D_3}$ すなわち $\boxed{\text{部材 BF}}$ であり、そのときの荷重 P の大きさ P_E は、$\boxed{P_E=\dfrac{\pi^2EI}{2\sqrt{2}\ell^2}\ P_E=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\cdot\dfrac{\pi^2EI}{\ell^2}}$ である。