構造力学演習Ⅱ（2017-№.５）　2017/10/10

【問題】下図-1 に示す曲げ剛性が EI の〝一端固定・他端単純支持ばり〟について、その支点反力 R_A，R_B と支点曲げモーメント M_A および断面力図を以下の手順で求めよ。

(1) 図-2 に示すように〝片持ばり〟の中央に集中荷重 P が作用するとき、〝弾性荷重法〟を用いて、B 点のたわみ y_B^1 を求めよ。

(2) 図-3 に示すように〝片持ばり〟の先端に集中荷重 X が作用するとき、〝弾性荷重法〟を用いて、B 点のたわみ y_B^2 を求めよ。

(3) (1)と(2)の結果を利用して、図-1 に示す〝一端固定・他端単純支持ばり〟の中央に集中荷重 P が作用するとき、支点反力 R_A，R_B と支点曲げモーメント M_A を求めよ。

(4) 図-1 のせん断力図（Q－図），曲げモーメント図（M－図）を図示せよ。

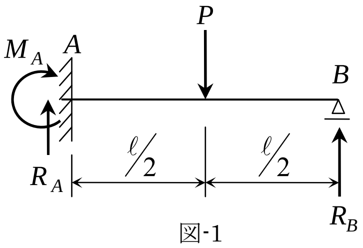


図-1

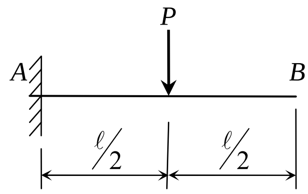
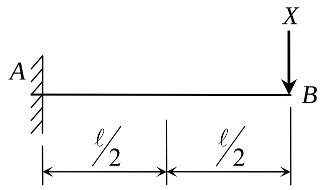


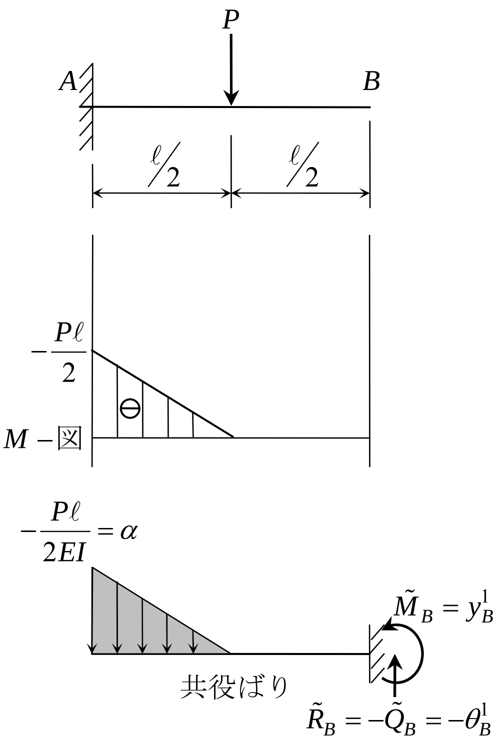
図-2

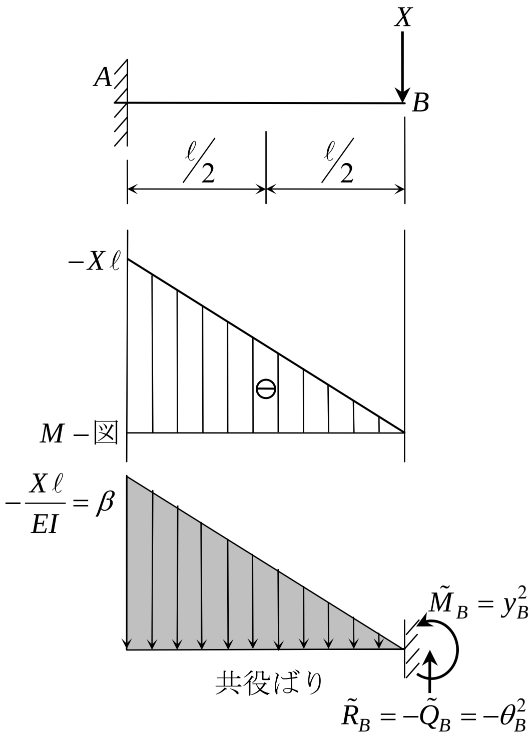


図

【解答】

図-2 と図-3 に示すような〝片持ばり〟の曲げモーメント図（M－図）と弾性荷重を載荷した〝共役ばり〟は、下図のようになる。剛体の釣合条件から、B 点の支点曲げモーメント $\tilde{M}_B$ を求めると、次のようになる。





(1) B 点周りの力のモーメントの釣合から、$\tilde{M}_B + \dfrac{1}{4}\alpha\ell \times \left(\dfrac{\ell}{2} + \dfrac{\ell}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\right) = 0$

$$\therefore \tilde{M}_B = -\frac{5}{24}\alpha\ell^2 \qquad \therefore y_B^1 = \tilde{M}_B = -\frac{5}{24}\alpha\ell^2 = \frac{5}{48}\cdot\frac{P\ell^3}{EI} \qquad \therefore \boxed{y_B^1 = \frac{5}{48}\cdot\frac{P\ell^3}{EI}}$$

(2) B 点周りの力のモーメントの釣合から、$\tilde{M}_B + \frac{1}{2}\beta\ell \times \frac{2}{3}\ell = 0$

$\therefore \tilde{M}_B = -\frac{1}{3}\beta\ell^2$　　$\therefore y_B^2 = \tilde{M}_B = -\frac{1}{3}\beta\ell^2 = \frac{1}{3}\cdot\frac{X\ell^3}{EI}$　　$\therefore \boxed{y_B^2 = \frac{1}{3}\cdot\frac{X\ell^3}{EI}}$

(3) B 点ではたわみがゼロだから、$y_B^1 + y_B^2 = 0$ となる X を求める。

$\frac{5}{48}\cdot\frac{P\ell^3}{EI} + \frac{1}{3}\cdot\frac{X\ell^3}{EI} = 0$ だから、$X = -\frac{5}{48}\cdot\frac{P\ell^3}{EI}\cdot\frac{3}{1}\cdot\frac{EI}{\ell^3} = -\frac{5}{16}P$　　$\therefore R_B = -X = \frac{5}{16}P$

支点反力 R_A と支点曲げモーメント M_A は、剛体の釣合条件から、

鉛直方向の力の釣合から、$R_A + R_B = P$　　$\therefore R_A = P - R_B = P - \frac{5}{16}P = \frac{11}{16}P$

A 点周りの力のモーメントの釣合から、$M_A + P\times\frac{\ell}{2} = R_B \times \ell$

$\therefore M_A = \frac{5}{16}P\ell - \frac{1}{2}P\ell = -\frac{3}{16}P\ell$

したがって、$\boxed{R_A = \frac{11}{16}P}$, $\boxed{R_B = \frac{5}{16}P}$, $\boxed{M_A = -\frac{3}{16}P\ell}$

(4) 図-1 のせん断力図（Qー図），曲げモーメント図（Mー図）を図示すると、下図のようになる。