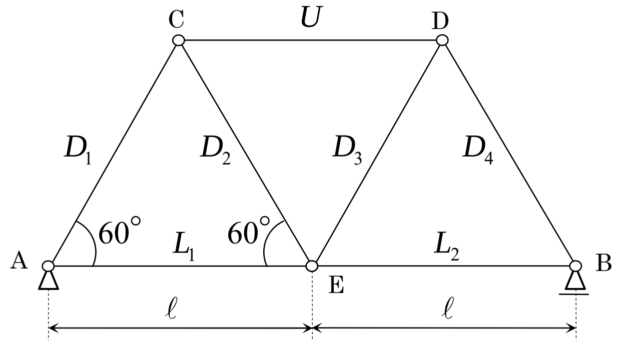
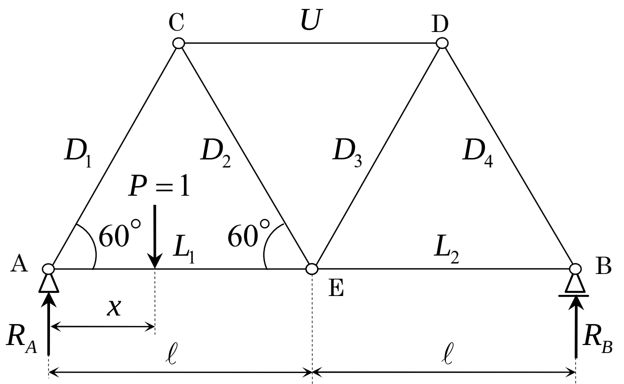
構造力学演習Ⅱ（2017-№.７） 2017/10/31

【問題 IL-T-1】下図に示すトラスの部材力すべてについて、下弦載荷の場合の影響線を求めよ。



【解答】



まず、上図のように A 点から x の位置に単位集中荷重 $P=1$ が作用するときの支点反力の影響線を求める。

B 点回りのモーメントの釣合より、$R_A\times 2\ell = P\times(2\ell - x)$

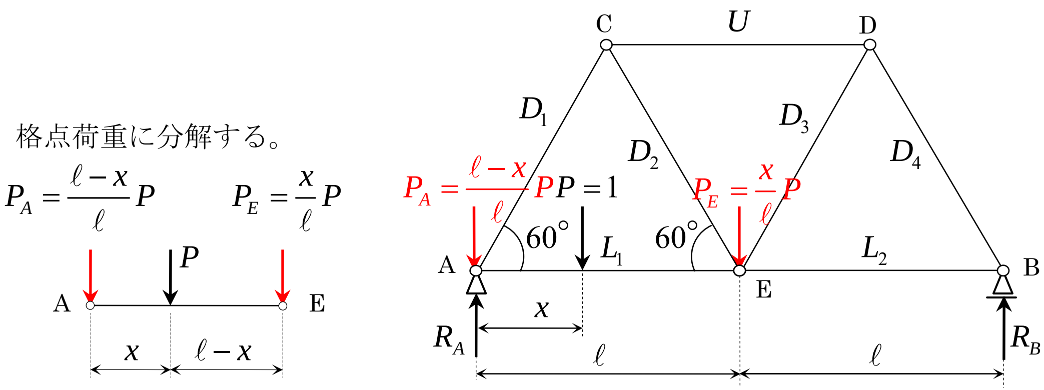
A 点回りのモーメントの釣合より、$R_B\times 2\ell = P\times x$

$$\therefore R_A = 1-\frac{x}{2\ell},\quad R_B=\frac{x}{2\ell}$$

次に、単位集中荷重 $P=1$ が作用する位置 x によって、$0\leqq x\leqq \ell$ と $\ell\leqq x\leqq 2\ell$ の 2 つに区分する。

(1) $0\leqq x\leqq \ell$ のとき

単位集中荷重 $P=1$ を A 点と E 点の格点荷重に分解すると、下図のようになる。



この状態で、節点法により、すべての部材力を求めると、次のようになる。

①A 点について

鉛直方向の力の釣合から、$D_1\sin 60^\circ + R_A = P_A$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2}D_1=\frac{\ell-x}{\ell}-\left(1-\frac{x}{2\ell}\right)=-\frac{x}{\ell}+\frac{x}{2\ell}=-\frac{x}{2\ell}\qquad \therefore D_1=-\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{x}{2\ell}=-\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{x}{\ell}=-\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{x}{\ell}$$

水平方向の力の釣合から、$D_1\cos 60^\circ+L_1=0$　　$\therefore L_1=-\frac{1}{2}D_1=-\frac{1}{2}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{x}{\ell}\right)=\frac{\sqrt{3}}{6}\cdot\frac{x}{\ell}$

②B 点について

鉛直方向の力の釣合から、$D_4\sin 60^\circ+R_B=0$　　$\therefore D_4=\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\left(-\frac{x}{2\ell}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{x}{\ell}$

水平方向の力の釣合から、$D_4\cos 60^\circ+L_2=0$　　$\therefore L_2=-\frac{1}{2}D_4=-\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{x}{\ell}\right)=\frac{\sqrt{3}}{6}\cdot\frac{x}{\ell}$

③C 点について

鉛直方向の力の釣合から、$D_1\sin 60^\circ+D_2\sin 60^\circ=0$　　$\therefore D_2=-D_1=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{x}{\ell}$

水平方向の力の釣合から、$U+D_2\cos 60^\circ=D_1\cos 60^\circ$

$$\therefore U=\frac{1}{2}(D_1-D_2)=\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{x}{\ell}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{x}{\ell}$$

④D 点について

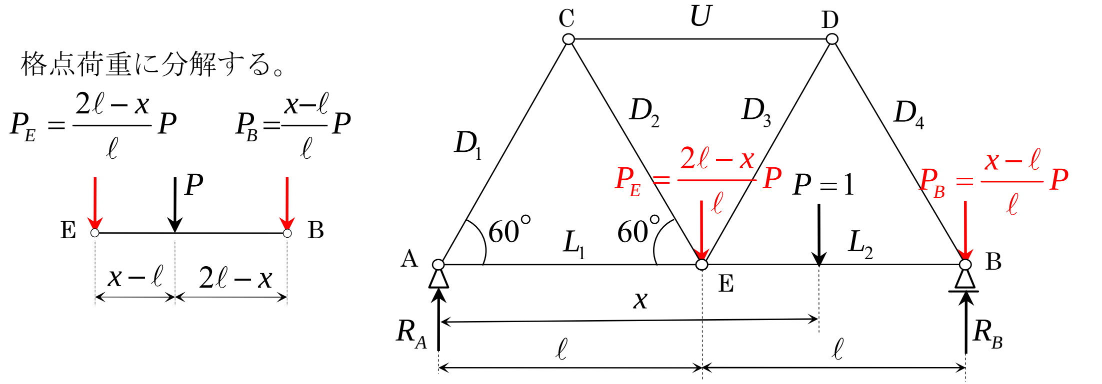
鉛直方向の力の釣合から、$D_3\sin 60^\circ+D_4\sin 60^\circ=0$　　$\therefore D_3=-D_4=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{x}{\ell}$

水平方向の力の釣合から、$U+D_3\cos 60^\circ=D_4\cos 60^\circ$

$$\therefore U=\frac{1}{2}(D_4-D_3)=\frac{1}{2}\cdot\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{x}{\ell}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{x}{\ell}$$　(check O.K.)

(2)　$\ell\leqq x\leqq 2\ell$ のとき

単位集中荷重 $P=1$ を E 点と B 点の格点荷重に分解すると、下図のようになる。



この状態で、節点法により、すべての部材力を求めると、次のようになる。

①A 点について

鉛直方向の力の釣合から、$D_1\sin 60^\circ+R_A=0$　　$\therefore D_1=-\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\left(1-\frac{x}{2\ell}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{x}{\ell}-2\right)$

水平方向の力の釣合から、$D_1\cos 60^\circ+L_1=0$

$$\therefore L_1=-\frac{1}{2}D_1=-\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{x}{\ell}-2\right)=-\frac{\sqrt{3}}{6}\cdot\left(\frac{x}{\ell}-2\right)$$

②B 点について

鉛直方向の力の釣合から、$D_4\sin 60^\circ+R_B=P_B$　　$\therefore D_4=\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\left(\frac{x-\ell}{\ell}-\frac{x}{2\ell}\right)=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{x}{\ell}-2\right)$

水平方向の力の釣合から、$D_4\cos 60^\circ+L_2=0$

$$\therefore L_2 = -\frac{1}{2}D_4 = -\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{x}{\ell}-2\right) = -\frac{\sqrt{3}}{6}\cdot\left(\frac{x}{\ell}-2\right)$$

③C 点について

鉛直方向の力の釣合から、$D_1\sin 60^\circ + D_2\sin 60^\circ = 0$　　$\therefore D_2 = -D_1 = -\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{x}{\ell}-2\right)$

水平方向の力の釣合から、$U + D_2\cos 60^\circ = D_1\cos 60^\circ$

$$\therefore U = \frac{1}{2}\left(D_1 - D_2\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{x}{\ell}-2\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{x}{\ell}-2\right)$$

④D 点について

鉛直方向の力の釣合から、$D_3\sin 60^\circ + D_4\sin 60^\circ = 0$　　$\therefore D_3 = -D_4 = -\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{x}{\ell}-2\right)$

水平方向の力の釣合から、$U + D_3\cos 60^\circ = D_4\cos 60^\circ$

$$\therefore U = \frac{1}{2}\left(D_4 - D_3\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{2\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{x}{\ell}-2\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\left(\frac{x}{\ell}-2\right)$$　　(check O.K.)

以上より、すべての部材力の影響線は、下図のようになる。