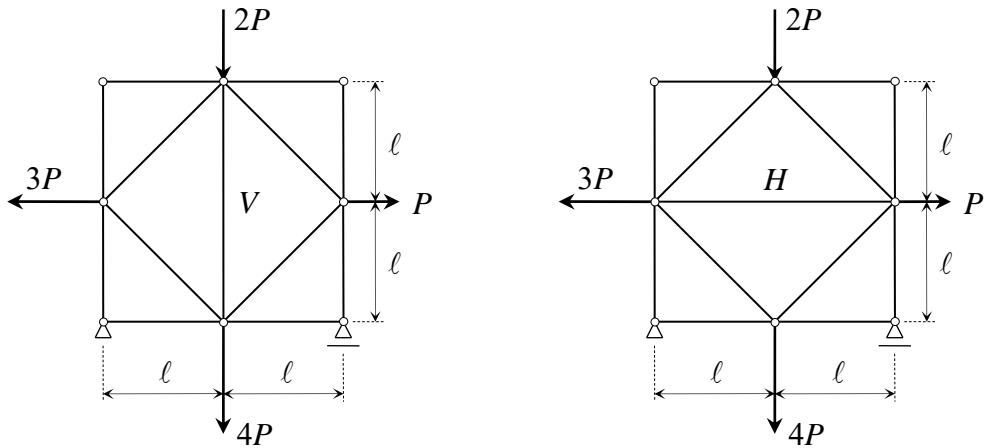
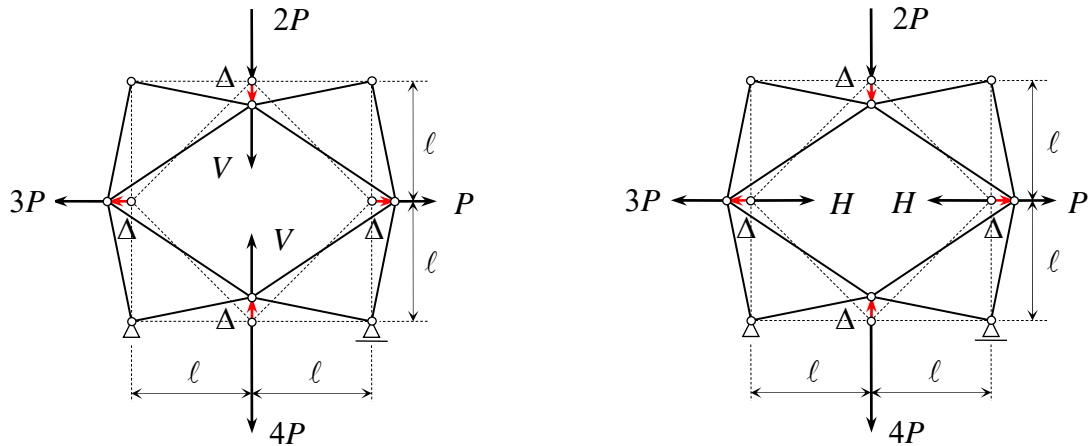


【問題 UD-T-3】 下図のトラスの鉛直材 V 、水平材 H の部材力を “仮想変位の原理” を用いて求めよ。



【解答】



変位の境界条件を満足する単位の仮想変位 Δ による変位性状は、上図のようになるから、
(左上図について)

$$P \times (\Delta) + 2P \times (\Delta) + 3P \times (\Delta) + 4P \times (-\Delta) + V \times (\Delta) + V \times (\Delta) = 0$$

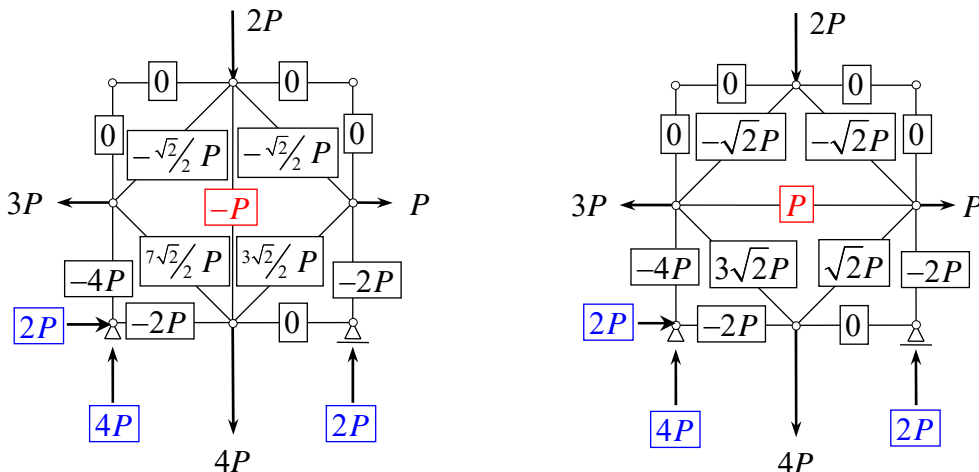
$$\therefore (P + 2P + 3P - 4P + V + V) \times \Delta = 0 \qquad \therefore 2P + 2V = 0 \qquad \therefore \boxed{V = -P}$$

(右上図について)

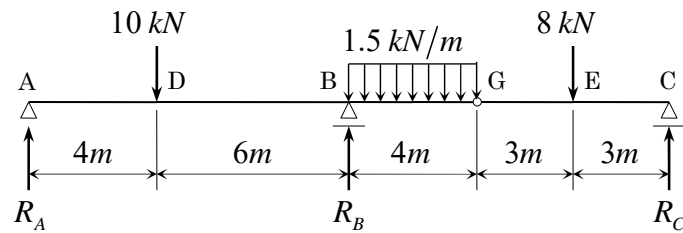
$$P \times (\Delta) + 2P \times (\Delta) + 3P \times (\Delta) + 4P \times (-\Delta) + H \times (-\Delta) + H \times (-\Delta) = 0$$

$$\therefore (P + 2P + 3P - 4P - H - H) \times \Delta = 0 \qquad \therefore 2P - 2H = 0 \qquad \therefore \boxed{H = P}$$

ちなみに、“節点法”によりすべての部材力を求めると、下図のようになる。

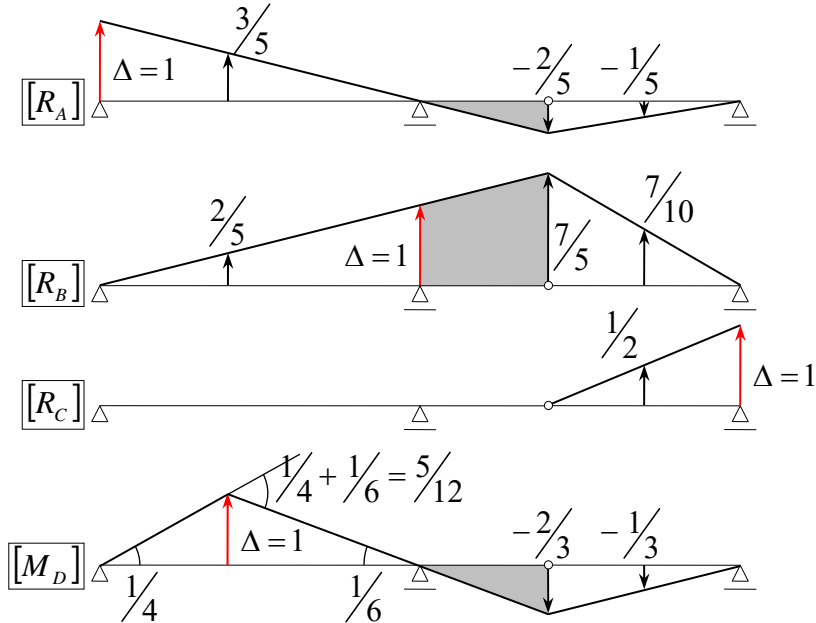


【問題 UD-G-3】 下図に示すゲルバーばりの支点反力 R_A , R_B , R_C と D 点の曲げモーメント M_D を「**仮想変位の原理**」を用いて求めよ。



【解答】

境界条件を満足し、単位の仮想変位 $\Delta = 1$ に対応する変位の性状は下図のようになる。



これを用いて、支点反力 R_A , R_B , R_C および曲げモーメント M_D を求める。

(1) 支点反力 R_A

$$R_A \times 1 + 10\text{kN} \times \left(-\frac{3}{5}\right) + 1.5\text{kN/m} \times \left[\frac{1}{2} \times \left\{-\left(-\frac{2}{5}\right)\right\} \times 4\text{m}\right] + 8\text{kN} \times \left\{-\left(-\frac{1}{5}\right)\right\} = 0$$

$$\therefore R_A - 6\text{kN} + 1.2\text{kN} + 1.6\text{kN} = 0 \quad \therefore \boxed{R_A = 6 - 1.2 - 1.6 = 3.2\text{ kN}}$$

(2) 支点反力 R_B

$$R_B \times 1 + 10\text{kN} \times \left(-\frac{2}{5}\right) + 1.5\text{kN/m} \times \left[\frac{1}{2} \times \left\{(-1) + \left(-\frac{7}{5}\right)\right\} \times 4\text{m}\right] + 8\text{kN} \times \left(-\frac{7}{10}\right) = 0$$

$$\therefore R_B - 4\text{kN} - 7.2\text{kN} - 5.6\text{kN} = 0 \quad \therefore \boxed{R_B = 4 + 7.2 + 5.6 = 16.8\text{ kN}}$$

(3) 支点反力 R_C

$$R_C \times 1 + 8\text{kN} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \quad \therefore \boxed{R_C = 4\text{ kN}}$$

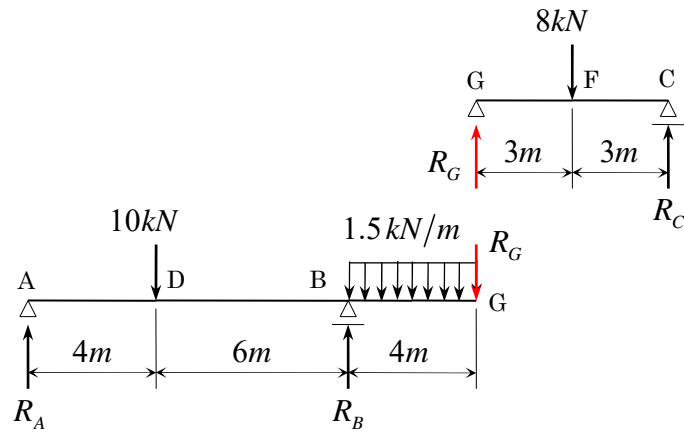
(4) 曲げモーメント M_D

$$M_D \times \frac{5}{12} + 10\text{kN} \times (-1\text{m}) + 1.5\text{kN/m} \times \left[\frac{1}{2} \times \left\{-\left(-\frac{2}{3}\text{m}\right)\right\} \times 4\text{m}\right] + 8\text{kN} \times \left\{-\left(-\frac{1}{3}\text{m}\right)\right\} = 0$$

$$\therefore \frac{5}{12}M_D - 10\text{kN} \cdot \text{m} + 2\text{kN} \cdot \text{m} + \frac{8}{3}\text{kN} \cdot \text{m} = 0$$

$$\therefore \frac{5}{12}M_D = 10 - 2 - \frac{8}{3} = 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}\text{ kN} \cdot \text{m} \quad \therefore \boxed{M_D = \frac{16}{3} \cdot \frac{12}{5} = \frac{64}{5} = 12.8\text{ kN} \cdot \text{m}}$$

[Check]



問題のゲルバーばりを分解すると、上図のようになる。

これを用いて、支点反力 R_A , R_B , R_C および曲げモーメント M_D を求める。

$$R_C = R_G = 4kN$$

$$10R_B = 10kN \times 4m + 1.5kN/m \times 4m \times \left(10m + \frac{1}{2} \times 4m\right) + R_G \times 14m$$

$$\therefore 10R_B = 40 + 72 + 56 = 168kN \cdot m$$

$$\therefore R_B = 16.8kN$$

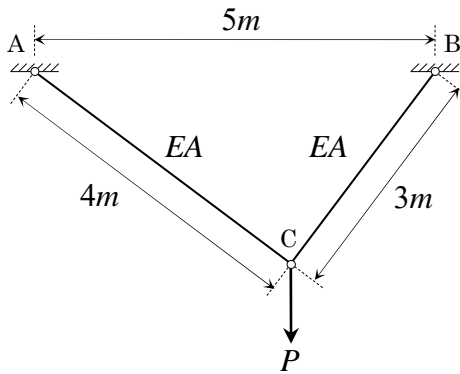
$$R_A + R_B = 10 + 1.5 \times 4 + R_G = 16 + 4 = 20$$

$$\therefore R_A = 20 - 16.8 = 3.2kN$$

$$M_D = R_A \times 4 = 3.2 \times 4 = 12.8$$

$$\therefore M_D = 12.8kN \cdot m$$

【問題 UL-T-1】 下図に示すトラスの載荷点 C の鉛直変位 v_C と水平変位 u_C を求めよ。ただし、各部材の引張剛性 EA は一定とする。



【解答】

右図のように、 C 点に次の3つがそれぞれ作用するときの部材力 N_{AC} 、 N_{BC} を求めると、次のようになる。

1) 集中荷重 P

水平方向の力の釣合から、

$$\frac{4}{5} N_{AC} = \frac{3}{5} N_{BC} \quad \therefore N_{BC} = \frac{4}{3} N_{AC} \quad \dots\dots\dots ①$$

鉛直方向の力の釣合から、

$$\frac{3}{5} N_{AC} + \frac{4}{5} N_{BC} = P \quad \dots\dots\dots ②$$

①を②に代入すると、

$$\left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{3} \right) \cdot N_{AC} = \frac{9+16}{15} N_{AC} = \frac{25}{15} N_{AC} = \frac{5}{3} N_{AC} = P$$

$$\therefore N_{AC} = \frac{3}{5} P, \quad N_{BC} = \frac{4}{5} P$$

2) 単位の鉛直方向集中荷重 $\bar{P} = 1$

上記 1) と同様にして、 $\bar{N}_{AC} = \frac{3}{5}$ 、 $\bar{N}_{BC} = \frac{4}{5}$

3) 単位の水平方向集中荷重 $\bar{P} = 1$

水平方向の力の釣合から、

$$\frac{4}{5} \bar{N}_{AC} = \frac{2}{5} \bar{N}_{BC} + \bar{P} \quad \dots\dots\dots ①'$$

鉛直方向の力の釣合から、

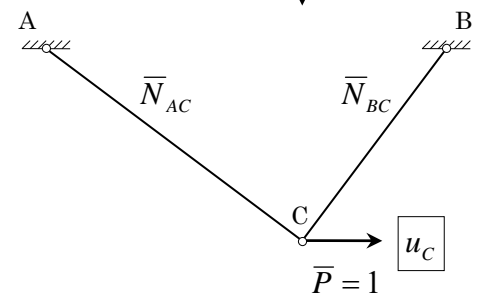
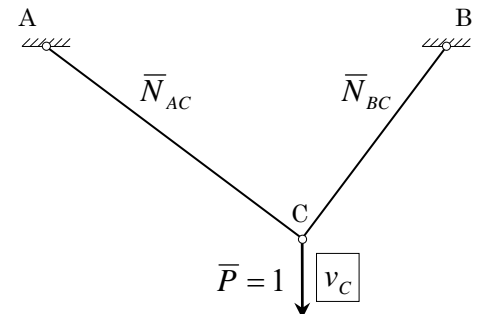
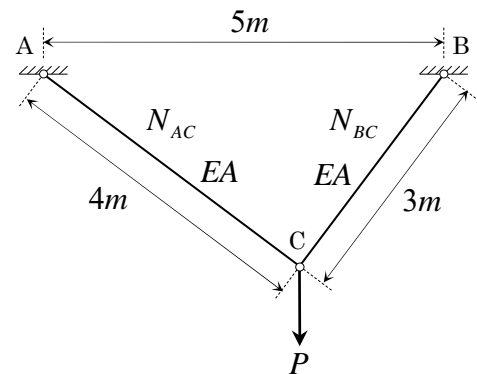
$$\frac{3}{5} \bar{N}_{AC} + \frac{4}{5} \bar{N}_{BC} = 0$$

$$\therefore \bar{N}_{BC} = -\frac{3}{4} \bar{N}_{AC} \quad \dots\dots\dots ②'$$

②'を①'に代入すると、

$$\left\{ \frac{4}{5} - \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4} \right) \right\} \cdot \bar{N}_{AC} = \frac{16+9}{20} \bar{N}_{AC} = \frac{25}{20} \bar{N}_{AC} = \frac{5}{4} \bar{N}_{AC} = \bar{P} = 1$$

$$\therefore \bar{N}_{AC} = \frac{4}{5}, \quad \bar{N}_{BC} = -\frac{3}{5}$$



以上より、「単位荷重法」を用いて、点 C の鉛直変位 v_C と水平変位 u_C を求めると、次のようになる。

$$1 \times v_C = \int_0^{\ell} \frac{N\bar{N}}{EA} dx = \frac{1}{EA} \left\{ \frac{3}{5} P \cdot \frac{3}{5} \times 4m + \frac{4}{5} P \cdot \frac{4}{5} \times 3m \right\} = \frac{P}{EA} \left(\frac{36}{25} + \frac{48}{25} \right) = \frac{84}{25} \cdot \frac{P}{EA}$$

$$\therefore v_C = \frac{84}{25} \cdot \frac{P}{EA} \quad (m)$$

$$1 \times u_C = \int_0^{\ell} \frac{N\bar{N}}{EA} dx = \frac{1}{EA} \left\{ \frac{3}{5} P \cdot \frac{4}{5} \times 4m + \frac{4}{5} P \cdot \left(-\frac{3}{5} \right) \times 3m \right\} = \frac{P}{EA} \left(\frac{48}{25} - \frac{26}{25} \right) = \frac{12}{25} \cdot \frac{P}{EA}$$

$$\therefore u_C = \frac{12}{25} \cdot \frac{P}{EA} \quad (m)$$

※単位の水平方向集中荷重 $\bar{P} = 1$ を左方向に与えると、「負」になる。

すなわち、与えた単位荷重方向に変位した場合は「正」、逆方向の場合は「負」になる。