『応用土木振動学』小テスト

学籍番号	氏　　　名	評 点

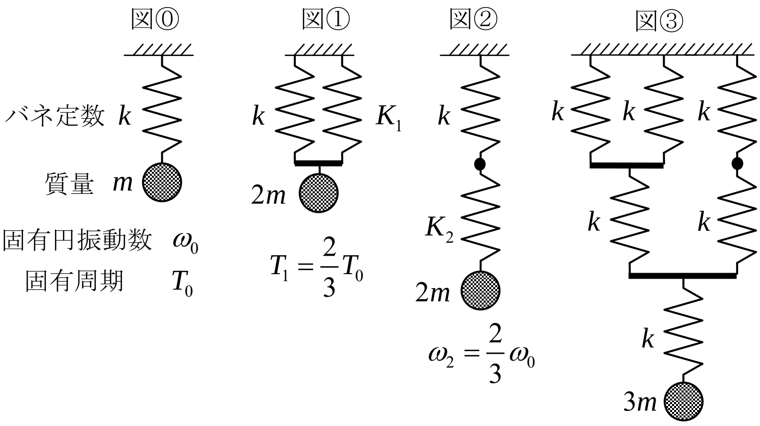
【問題】下図は、すべてバネー質量系の１自由度振動を表している。

いま、図⓪の固有円振動数をω_0，固有周期をT_0とし、図①,②,③それぞれの固有円振動数を$\omega_1, \omega_2, \omega_3$、固有周期を$T_1, T_2, T_3$とするとき、以下の設問に答えよ。

(1) 図①において、固有周期T_1が$T_1 = \frac{2}{3}T_0$となるバネ定数K_1を求めよ。

(2) 図②において、固有円振動数ω_2が$\omega_2 = \frac{2}{3}\omega_0$となるバネ定数$K_2$を求めよ。

(3) 図③において、固有円振動数ω_3を$\omega_3 = \mu \times \omega_0$の形で求めよ。



【解答】

【解答】

図(0) の固有振動数ω_0と固有周期T_0は、$\omega_0=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ と $T_0=\dfrac{2\pi}{\omega_0}=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ と表される。

(1) 図①のバネは並列であるから、その合成バネ定数Kは、$K=k+K_1$となる。したがって、固有振動数ω_1は、

$\omega_1=\sqrt{\dfrac{K}{2m}}=\sqrt{\dfrac{k+K_1}{2m}}$ となり、固有周期T_1は、$T_1=2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{K}}=2\pi\sqrt{\dfrac{2m}{k+K_1}}$ となる。

ここで、$T_1=\dfrac{2}{3}T_0$ だから、$\sqrt{\dfrac{2m}{k+K_1}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ $\quad\therefore\dfrac{2m}{k+K_1}=\dfrac{4}{9}\cdot\dfrac{m}{k}$ $\quad\therefore 2\left(k+K_1\right)=9k$ $\quad\therefore\boxed{K_1=\dfrac{7}{2}k}$

(2) 図② のバネは直列であるから、その合成バネ定数Kは、$\dfrac{1}{K}=\dfrac{1}{k}+\dfrac{1}{K_2}=\dfrac{k+K_2}{k\cdot K_2}$ 即ち、$K=\dfrac{k\cdot K_2}{k+K_2}$ となる。したがって、固有振動数ω_2は、$\omega_2=\sqrt{\dfrac{K}{2m}}=\sqrt{\dfrac{k\cdot K_2}{2m\left(k+K_2\right)}}$ となる。

ここで、$\omega_2=\dfrac{2}{3}\omega_0$ だから、$\sqrt{\dfrac{k\cdot K_2}{2m\left(k+K_2\right)}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ $\quad\therefore\dfrac{K_2}{2\left(k+K_2\right)}=\dfrac{4}{9}$ $\quad\therefore 8\left(k+K_2\right)=9K_2$ $\quad\therefore\boxed{K_2=8k}$

(3) 図③の最終的な合成バネ定数Kは、$K=\dfrac{7}{13}k$ となる。

固有振動数ω_3は、$\omega_3=\sqrt{\dfrac{\frac{7}{13}k}{3m}}=\sqrt{\dfrac{7}{39}}\sqrt{\dfrac{k}{m}}=\sqrt{\dfrac{7}{39}}\times\omega_0=\dfrac{\sqrt{273}}{39}\times\omega_0=0.423659272\cdots\times\omega_0$ となる。

したがって、$\boxed{\omega_3=\sqrt{\dfrac{7}{39}}\times\omega_0=\dfrac{\sqrt{273}}{39}\times\omega_0\cong 0.4237\times\omega_0}$